АКАДЕМИЯ НАУК УССР

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУР

УДК 537.812

Менде Ф.Ф.

К ВОПРОСУ ОБ УТОЧНЕНИИ УРАВНЕНИЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

Харьков, I988

ВВЕДЕНИЕ

В трудах по классической электродинамике толкование ряда вопросов, касающихся законов электромагнитной индукции носит двойственный и даже противоречивый характер.

Сказанное, пожалуй, в наибольшей степени относится к объяснению принципа действия униполярного генератора. Например, в работе [1] для объяснения его принципа действия привлекается закон Фарадея, уточненный применительно к разрывному движению. В работе же [2] униполярный генератор отнесен к исключению из правила потока и его работа объясняется с точки зрения действия на заряды силы Лоренца. Существующее положение дел, пожалуй, наиболее четко сформулировано в работе [2]. На стр. 53 читаем: "..." правило потока", согласно которому э.д.с в контуре равна взятой с обратным знаком скорости, с которой меняется магнитный поток через контур, применимо, когда поток меняется за счет изменения поля или когда движется контур (или когда происходит и то, и другое). Две возможности - "контур движется" или "поле меняется"-неразличимы в формулировке правила. Тем не менее для объяснения правила в этих двух случаях мы пользовались двумя совершенно различными законами: $[\vec{v} \times \vec{B}]$ для "движущегося контура" и $\nabla \times \vec{E} = -\partial \vec{B}/\partial t$ для "меняющегося поля." И далее: "Мы не знаем в физике ни одного такого примера, когда бы простой и точный общий закон требовал для своего настоящего понимания анализа в терминах двух различных явлений. Обычно столь красивое обобщение оказывается исходящим из единого **глубокого** основополагающего принципа. Но в этом случае какого-либо особо глубокого принципа не видно."

Пожалуй, общепринятой является и такая трактовка закона Фарадея [2] : "Наблюдение Фарадея привели к открытию нового закона о связи электрического и магнитного полей: в области, где магнитное поле меняется со временем, генерируется электрическое поле". Такое понимание вытекает из первого уравнения Максвелла, которое является частным случаем записи закона Фарадея в дифференциальной форме. Однако, если принять без оговорок принятую трактовку, то опять мы сталкиваемся с трудностями при объяснении появления электрических полей вне бесконечно длинного соленоида. Эти трудности связаны с тем, что вне таких соленоидов магнитные поля отсутствуют.

Известно также [3] , что классическая электродинамика не в силах объяснить такое, например, общеизвестное явление, как фазовая аберрация. Данное явление применительно к электродинамике может быть объяснено пока только в рамках специальной теории относительности (СТО). Из классической электродинамики не следует и ряд других результатов, которые применительно к электродинамике могут быть получены из СТО.[3].

Нельзя также не отметить, что один из основных законов электромагнитной индукции, закон Фарадея, в той записи, которая принята во всех имеющихся трудах по классической электродинамике

$$\oint \vec{E}\, d\vec{l} = - d\Phi_B / dt, \qquad (I)$$

где Φ_B - поток магнитной индукции справедлив строго говоря только для вакуума, и в нем не учтены те тепловые потери, которые могут иметь место в реальной среде. В тех же случаях, когда соотношение (I) должно быть записано для любых сред, его правая часть, как будет показано ниже, должна быть дополнена еще по крайней мере , двумя слагаемыми.

Настоящая работа и посвящена рассмотрению всех этих вопросов на феноменологическом уровне. И хотя она имеет в основном методологическую направленность, в ней будут получены некоторые новые ранее неизвестные результаты.

I. Вещественные уравнения электромагнитной индукции

Законы электромагнитной индукции в конечном итоге устанавливают связь между пространственными и временными производными электромагнитных полей. Указанная связь устанавливается через изучение того, каким образом среда, будь то вакуум, газ, жидкость или твердое тело, реагируют на приложенное поле. Именно путем изучения этих процессов и были установлены все законы электромагнитной индукции.

Если имеется какая-либо среда и мы прикладываем к ней электрическое поле, то она отвечает появлениям контурного интеграла $\oint \vec{H} d\vec{l}$ вокруг участка среды, к которому приложено электрическое поле. Конечно, мы знаем, что появление $\oint \vec{H} d\vec{l}$ связано с протеканием токов, но в данном случае очень важен принцип причинности, а именно то, что токи могут быть только следствием приложенных электрических полей, следовательно плотность тока является функцией поля $\vec{E}$:

$$\vec{j}_{E\Sigma} = f(\vec{E}). \qquad (2)$$

Верно и другое утверждение. Если мы вокруг какого-либо участка среды обнаружили $\oint \vec{H} d\vec{l}$, то мы вправе говорить, что через участок $d\vec{s}$, который ограничен контуром интегрирования, протекает ток. Следовательно, пока с достаточной степенью произвола мы можем ввести определение

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = J_{E\Sigma} = \int \vec{j}_{E\Sigma} d\vec{s}, \qquad (3)$$

или в дифференциальной форме

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \vec{j}_{\varepsilon\Sigma} . \qquad (4)$$

Ставя знак Σ около тока, мы тем самым подчеркиваем то обстоятельство, что следует учесть все возможные токи, т.е. ток может состоять из ряда составляющих, которые совершенно равноправно будут принимать участие в формировании $\oint \vec{H} d\vec{l}$. В данном случае причинность заключается в том, что поле $\vec{H}$ является следствием протекания токов, токи же в свою очередь есть следствие приложенных полей $\vec{E}$. Еще раз подчеркнем, что соотношение(3–4) это пока только определение тока через поле $\vec{H}$, и до тех пор, пока мы не установили связь в соответствии с соотношением (2) такое определение особой пользы не принесет. Поясним это на некоторых примерах. Для вихревых полей мы всегда можем ввести обозначения

$$\begin{aligned} \vec{H} &= \operatorname{rot} \vec{A}_H ; \\ \vec{E} &= \operatorname{rot} \vec{A}_E , \end{aligned} \qquad (5)$$

где $\vec{A}_H$ – магнитный векторный потенциал;

$\vec{A}_E$ – электрический векторный потенциал.

Тогда для свободного пространства уравнения Максвелла в этих потенциалах запишутся:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{A}_E &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{A}_H}{\partial t} ; \\ \operatorname{rot} \vec{A}_H &= \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{A}_E}{\partial t} . \end{aligned} \qquad (6)$$

Конечно, записывая соотношения (6),мы должны ввести еще и некоторые калибровки, однако это для дальнейшего рассмотрения не представляет принципиального значения и поэтому мы эти выкладки опускаем. Уравнения (6) по своей структуре не отличаются от уравнений Максвелла и мы можем рассматривать процесс распространения электромагнитных волн , как распространения волн магнитного и электрического векторного потенциала.

Но мы можем поступить и по другому ввести, например, обозначения

$$\vec{j}_E = \mathrm{rot}\,\vec{H};$$
$$\vec{j}_H = \mathrm{rot}\,\vec{E}, \qquad (7)$$

считая тем самым, что мы ввели электрический $\vec{j}_E$ и магнитный $\vec{j}_H$ токи. Для этих токов тоже могут быть записаны уравнения

$$\mathrm{rot}\,\vec{j}_H = -\mu_0 \frac{d\vec{j}_E}{dt};$$
$$\mathrm{rot}\,\vec{j}_E = \varepsilon_0 \frac{d\vec{j}_H}{dt}. \qquad (8)$$

И эта система уравнений тоже ничем не отличается от уравнений Максвелла и мы можем рассматривать процесс распространения электромагнитных волн, как распространение волн электрического и магнитного токов. Рассмотренный процесс роторизации мы можем продлять в обе стороны до бесконечности, вводя все новые вектора и сопутствуюшие им калибровки. Однако, если мы не рассматриваем поля в движуших ся системах координат, то этот процесс ничего нового не дает, так как все рассмотренные системы по объему заключенной в них информации эквивалентны. Отметим, однако, что нельзя получить согласованности, если одно уравнение взять скажем из системы (6) или (8), а в качестве другого взять просто определение из системы (5) или (7). Например:

$$\mathrm{rot}\,\vec{A}_E = -\mu_0 \frac{\partial \vec{A}_H}{\partial t};$$
$$\mathrm{rot}\,\vec{A}_H = \vec{H}, \qquad (9)$$

или

$$\mathrm{rot}\vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t};$$
$$\mathrm{rot}\vec{H} = \vec{j}_E. \tag{10}$$

Такие уравнения будут просто незамкнутыми, т.к. на два уравнения приходится три неизвестных. Замкнутость наступает только тогда, когда в системе уравнений (9) мы найдем зависимость

$$\vec{H} = f\ (\vec{A}_E),$$

а в уравнении (10) зависимость, определяемую соотношением (2).

Если же посмотреть на уравнения Максвелла в том виде,как их принято записывать:

$$\mathrm{rot}\vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}; \tag{11}$$
$$\mathrm{rot}\vec{H} = \vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \tag{12}$$

то мы можем заметить некоторую дискриминацию. Из полного тока $\vec{j}_{E\Sigma}$ через $\vec{E}$ выражена только одна составляющая,а именно ток смещения, а другие возможные составляющие через $\vec{E}$ не выражены. Таким образом, в правой части соотношения (12) в качестве $\vec{j}$, который принято называть током проводимости, присутствует некоторый остаток от самого определения тока. Следовательно, путь к самосогласованной записи уравнений (11-12) лежит через выражение всех составляющих тока $\vec{j}_{E\Sigma}$ через поле $\vec{E}$. Другими словами мы должны найти вид $f\ (\vec{E})$ в соотношении (2). При отыскании этой функции нам необходимо знание параметров среды, которые должны дать ответ на вопрос о причинности, т.е. к каким последствиям для контурного интеграла $\oint \vec{H}d\vec{l}$ приведет наложение полей $\vec{E}$ на данную среду. Конечно, в эту цепочку причина - следствие можно включить и $\vec{j}_{\varepsilon\Sigma}$, т.е. сначала найти вид функции по соотношению (2), а затем уже использовать соотношение (4), но этот этап можно и пропустить.

Сам эксперимент по установлению связи между $\vec{E}$ и $\vec{H}$ можно ставить двояким способом. При прямом способе можно на среду накладывать поле $\vec{E}$ и при помоши какого-либо измерительного устройства,чувствительного к магнитному полю,регистрировать $\oint \vec{H} d\vec{l}$. Но можно поступить и проше. Поскольку мы имеем определение (4), то при наложении поля $\vec{E}$ на среду можно регистрировать полный ток, который будет вызывать приложенное поле $\vec{E}$. Проведя указанный эксперимент мы в первом приближении установим следующие закономерности. При наложении поля на хороший диэлектрик плотность тока определяется соотношением

$$\vec{j}_{\varepsilon} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \tag{13}$$

где ε_0 - диэлектрическая проницаемость вакуума;
ε - относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика.

При наложении поля на плохой проводник

$$\vec{j}_n = \sigma_n \vec{E}, \tag{14}$$

где

$$\sigma_n = n_n e^2 \tau_p / m ,$$

где n_n - концентрация свободных носителей заряда;
e и m - заряд и масса носителей заряда;
τ_p - время релаксации носителей заряда.

Соотношение (14) это закон Ома в дифференциальной форме, отвечающий случаю, когда при движении зарядов имеют место силы трения.

Если же приложить поле к среде, в которой заряды могут двигаться без трения, например к сверхпроводнику или очень разряженной плазме, то

$$\vec{j}_s = \frac{n_s e^2}{m} \int \vec{E}\, dt + C. \qquad (15)$$

Это уравнение легко получить из соотношения

$$\vec{F} = e\vec{E} = m \frac{d\vec{v}}{dt},$$

если учесть, что $\vec{j} = ne\vec{v}$. Константа C определяет начальный ток.

Соотношение (15) в сочетании с первым уравнением Максвелла (11) это уравнение Лондонов, если исходя из эффекта Мейснера правильно определить константы интегрирования.

В дальнейшем с целью упрощения записи все константы интегрирования мы будем опускать. Заметим также, что размерности коэффициента $n_s e^2/m$ в соотношении (15) – $(\text{Гн}\cdot\text{м})^{-1}$, поэтому его можно записать

$$\frac{n_s e^2}{m} = \frac{1}{L_{ks}}, \qquad (16)$$

где L_{ks} – удельная кинетическая индуктивность. Сложив соотношения (13), (14) и (15) с учетом (16) найдем:

$$\vec{j}_{E\Sigma} = \operatorname{rot}\vec{H} = \sigma_n \vec{E} + \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{L_{ks}} \int \vec{E}\, dt. \qquad (17)$$

Теперь мы должны сделать одно существенное замечание. Оказывается, что если мы регистрируем только ток, измеряя его то-ли амперметром, то-ли измеряя $\oint \vec{H} d\vec{l}$ мы принципиально не можем дать ответ, какой ток течет в цепи, ток проводимости или ток смещения. Свое название составляющая тока получает только тогда, когда известна ее связь с $\vec{E}$. Правда и это утверждение, как мы увидим ниже, должно быть уточнено.

В уравнении (12) интегральное слагаемое $\sim \int \vec{E} dt$ в явном виде ранее не присутствовало. Однако, если правильно записат ток проводимости $\vec{j}$, который имеется в соотношении (I2), и если учесть, что заряды могут двигаться и с трением и без, то получится соотношение (I7). Три составляющие тока, имеющиеся в соотношении (I7), отражают по отдельности резистивный, емкостной и индуктивный токи, а сама среда может быть представлена как параллельное включение сопротивления, емкос ти и индуктивности, слагаемое же $\sim\int \vec{E}dt$ отражает инерционные свойства носителей тока, которые имея соответствующую массу могут двигаться без трения. Если рассмотреть соотношения для периодических процессов, то окажется, что по отношению к вектору $\vec{E}$ имеется синфазная составляющая вектора $\vec{H}$, которая определяет активные (тепловые) потери в среде,а также емкостная и индуктивная составляющие сдвинутые на $\pm\pi/2$, которые определяют определенный вид энергии накапливаемой в образце. Подчеркнем одно очень важное обстоятельство, заключающееся в том, что в соотношении (I7) на вид функции $\vec{E}=\vec{E}(t)$ каких-либо ограничений не накладывается, т.е. она может быт как периодической, так и любой другой. Конечно, на практике не все составляющие тока могут присутствовать в уравнении (I7), но по крайней мере такая запись охватывает все извест ные нам до сих пор ситуации для линейных сред.

Может, однако, возникнуть вопрос о том, не является ли присутствие в уравнении (I7) слагаемого $L_{k\delta}^{-1}\int \vec{E}dt$ свойством только сверхпроводников. Чтобы ответить на этот вопрос вспомним, что инерцию имеют не только свободные носители заряда, но и связанные, т.е. те, которые участвуют в процессах поляризации. Более того, для полярных диэлектриков процесс поляризации связан с поворотом в пространстве дипольного момента, а этот процесс также не лишен инерции. Таким образом, можно ожидать, что эти процессы тоже приведут к появлению в соотношении (I7) дополнительных слагаемых $\sim\int\vec{E}dt$, и нам придется ввести вместо L_{KS} некоторое эффективное значение этого параметра $L_{к\,эф}$.

Кроме этого неидеальные диэлектрики в переменных полях нагреваются. На языке формул это обстоятельство приведет к появлению в соотношении (I7) дополнительных слагаемых $\sim\vec{E}$. Это мы можем учесть введением нового эффективного значения проводимости $\sigma_{E\,эф}$. Наконец, значение ε тоже зависит от частоты, т.к. дипольный момент может не успевать следовать за полем, и это означает, что мы должны ввести $\varepsilon_{эф}$. С учетом сделанных замечаний

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \sigma_{E\,эф}\vec{E} + \varepsilon_{эф}\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{L_{к\,эф}}\int\vec{E}\,dt. \qquad (I8)$$

Из всего сказанного следует, что в соотношении (I8), которое является обобщением второго закона электромагнитной индукции, который должен в наиболее общем виде устанавливать связь между временной зависимостью $\vec{E}$ и пространственно-временной зависимостью $\vec{H}$, должно всегда присутствовать слагаемое $\sim\int\vec{E}dt$. Конечно, это наиболее ярко проявляется в сверхпроводниках, но и инерционность процессов поляризации должна приводить к такому же эффекту. Возникает вопрос, почему это обстоятельство до сих пор не было учтено в вещественных уравнениях электромагнитной индукции. Что касается сверхпроводимости, то это объяснить трудно, т.к. уравнения Лондонов прямым образом указывают на соотношение (I8). Что же касается появления в уравнении (I8) слагаемого $\sim\int\vec{E}dt$, связанного с инерционными свойствами процессов поляризации, то почему его пропустили объяснить легко. Эффективным методом решения уравнений типа (I8) для синусоидальных полей является метод комплексных представлений. При этом вводятся не только комплексные амплитуды полей, но и комплексные параметры среды: проводимость σ^*, диэле трическая ε^* и магнитная μ^* проницаемость. Правда, введени комплексных параметров среды это уже в какой-то мере расширен ное толкование уравнений Максвелла, т.к. дополнительно получа мая при этом информация в вещественных уравнениях Максвелла н содержится. Такой подход дает возможность легко учесть потери и этим по сути дела вводят в вещественные уравнения слагаемые пропорциональные $\vec{E}$ или $\vec{H}$. Но если σ^*, ε^* и μ^* введены верно, то казалось бы они должны учитывать и слагаемое $\sim \int \vec{E}\,dt$ Да это так, но данное обстоятельство ранее замечено не было по-видимому по следующей причине.

В комплексном представлении для простейшего случая σ^* и ε^* записываются следующим образом [4] :

$$\sigma^* = \frac{\sigma_n}{1 + i\omega\tau_\rho}; \tag{19}$$

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + i\omega\tau_\varepsilon}, \tag{20}$$

где ε_s – относительная диэлектрическая проницаемость для статических полей;

ε_∞ – высокочастотный предел относительной диэлектрической проницаемости;

τ_ε – время релаксации дипольных моментов.

Конечно, в зависимости от тех физических процессов, которые определяют процессы проводимости и поляризации вид σ^* и ε^* может быть другой. Наиболее простой вид взят только для большей наглядности. Пользуясь методом комплексных представлений, специалисты часто забывают о том, что в этом случае они имеют дело со стационарным решением дифференциального уравнения, которое годится только для решения задач с синусоидальными процессами. Часто запись в комплексном виде они принимают как нечто реальное, не задумываясь о физической сути тех составляющих, которыми они оперируют. В целом ряде книг по электродинамике (см. например [4]) привычным делом является некоторый произвол в обозначениях. Например, составляюшие σ^* выражают через составляюшие ε^* или наоборот. С математической точки зрения, когда ишется стационарное решение дифференциального уравнения, в таком подходе ничего противоестественного нет. Но если мы возврашаемся к уравнениям в реальных физических величинах,то все должно быть поставлено на свои физические места. В соотношении (20) в правой его части перед ε_∞ стоит минус, а это означает, что в реальных уравнениях должно появиться слагаемое $\frac{\omega^2}{1+\omega^2\tau_\varepsilon^2}\int \vec{E}\,dt$. Однако, это замечено не было. И это вполне понятно,т.к. при дифференцировании и интегрировании синусоидальных функций получается одна и та же функция только с разными знаками. В комплексном представлении эти составляюшие вычитаются друг из друга, и стоит ли задумываться для получения конечных результатов, как это происходит. Но задумываться приходится **тогда**, когда мы имеем дело с функциями произвольного вида, а уравнения электромагнитной индукции должны распространяться и на этот случай. По крайней мере метод комплексных представлений в этом случае не работает.

Таким образом,при пользовании символическим комплексным представлением следует соблюдать осторожность,особенно при переходе к реальным физическим уравнениям. Чтобы не перепутать интегралы и производные, следует привести все мнимые коэффициенты к одному знаку в зависимости от того, какая была взята исходная функция $\exp(i\omega t)$ или $\exp(-i\omega t)$. После этого легко видеть какие слагаемые представляют интегралы (i в знаменателе),а какие производные (i в числителе).

Для наглядности покажем какой вид будет у $\sigma_{эф}$, $\varepsilon_{эф}$ и $L_{к\,эф}$ для случая,когда имеют место соотношения (I9) и (20)

$$\sigma_{эф} = \frac{n_n e^2 \tau_\rho}{m(1+\omega^2\tau_\rho^2)} + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\varepsilon_0 \omega^2 \tau_\varepsilon}{1+\omega^2\tau_\varepsilon^2}; \qquad (21)$$

их совм. размерн.

$$\varepsilon_{эф} = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s}{1+\omega^2\tau_\varepsilon^2}; \qquad (22)$$

$$\frac{1}{L_{кэф}} = \frac{\omega^2\varepsilon_\infty\varepsilon_0}{1+\omega^2\tau_\varepsilon^2} + \frac{n_n e^2 \tau_\rho \omega^2}{m(1+\omega^2\tau_\rho^2)} + \frac{n_s e^2}{m}. \qquad (23)$$

$L_K = \mu \lambda_L^2$

Из этих соотношений видно, что наличие времен релаксации у нормальных носителей заряда и у дипольных моментов приводит к дополнительным поправкам в проводимости и кинетической индуктивности. Теперь имея в распоряжении соотношения (I8), (2I), (22) и (23) мы можем сделать еше одно заключение. Зная $\sigma_{эф}$, $\varepsilon_{эф}$ и $L_{кэф}$ только на одной частоте нет никакой возможности определить имеем ли мы дело с диэлектриком или металлом. Ответ на этот вопрос, а также выделение соответствуюших составляюших в соотношениях (2I-23) может быть осушествленно только путем изучения дисперсии $\sigma_{эф}$, $\varepsilon_{эф}$ и $L_{кэф}$.

Опираясь на соотношение (I8) мы можем теперь записать второй закон электромагнитной индукции в интегральной форме:

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sigma_{эф}\Phi_E + \varepsilon_{эф}\varepsilon_0 \frac{\partial \Phi_E}{\partial t} + \frac{1}{L_{кэф}}\int \Phi_E dt,$$

где $\Phi_E = \int \vec{E} d\vec{s}$.

Проведя те же рассуждения о причинности мы можем утверждать, что если вокруг векторной плошади $d\vec{s}$ обнаружен контурный интеграл $\int \vec{E} d\vec{l}$, то через такую плошадку протекает магнитный ток $J_{H\Sigma}$

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = -J_{H\Sigma} = -\int \vec{j}_{H\Sigma} d\vec{s}$$

или в дифференциальной форме

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\vec{j}_{H\Sigma}$$

Выразив все составляющие тока $\vec{j}_{H\Sigma}$ через поле $\vec{H}$ мы тем самым получим полную запись первого закона индукции.

Между процессами электрической и магнитной поляризации для изотропных сред с точки зрения кинетики процесса много общего, хотя конечно ввиду наличия диамагнетиков, парамагнетиков и ферромагнетиков процессы намагничивания более разнообразны. Однако, установление или поворот магнитных моментов тоже имеет инерцию, имеется также время релаксации магнитных моментов τ_μ . Существуют также магнитные потери, которые определяют процессы нагревания магнетиков в переменных полях. Поэтому, если предположить, что комплексная магнитная проницаемость имеет вид

$$\mu^* = \mu_\infty + \frac{\mu_s - \mu_\infty}{1 + i\omega\tau_\mu}, \tag{24}$$

где μ_s – относительная магнитная проницаемость для статических полей;

μ_∞ – высокочастотный предел относительной магнитной проницаемости;

τ_μ – время релаксации магнитных моментов, то мы можем заключить, что по своей структуре первый закон электромагнитной индукции будет похож на соотношение (18). Однако, оказывается, что размерность коэффициента перед слагаемым $\sim\int\vec{H}dt$ соответствует обратной величине удельной емкости, таким образом, мы приходим к необходимости введения удельной кинетической емкости

$$-\mathrm{rot}\,\vec{E} = \sigma_{Н\,эф}\vec{H} + \mu_{эф}\mu_0\frac{\partial\vec{H}}{\partial t} + \frac{1}{C_{к\,эф}}\int\vec{H}dt, \tag{25}$$

где $\sigma_{Н\,эф}$ – удельная проводимость для магнитных токов;

$\mu_{эф}$ – относительная эффективная магнитная проницаемость;

$C_{к\,эф}$ – эффективная удельная кинетическая емкость.

Получается так, что инерция носителей тока приводит к появлению кинетической индуктивности, а инерция магнитных моментов к появлению емкости, которую в силу принятой терминологии можно назвать кинетической. Это понятие ранее в электродинамике отсутствовало. С учетом (24) коэффициенты в соотношении (25) запишутся:

$$\sigma_{н\,эф} = \frac{(\mu_s - \mu_\infty)\mu_0\,\omega^2\tau_\mu}{1+\omega^2\tau_\mu^2}; \qquad (26)$$

$$\mu_{эф} = \mu_\infty + \frac{\mu_s}{1+\omega^2\tau_\mu^2}; \qquad (27)$$

$$\frac{1}{C_{к\,эф}} = \frac{\mu_\infty\,\mu_0\,\omega^2}{1+\omega^2\tau_\mu^2}. \qquad (28)$$

Вводя в соотношении (25) эффективные параметры, мы тем самым хотим подчеркнуть, что в обшем случае вид соотношений (26-28) может быть и другой, т.к. в процессах намагничивани могут участвовать сразу несколько механизмов.

Теперь можно записать первый закон электромагнитной индукци в интегральной форме

$$-\oint \vec{E}\,d\vec{l} = \sigma_{н\,эф}\,\Phi_н + \mu_{эф}\mu_0\frac{\partial\Phi_н}{\partial t} + \frac{1}{C_{к\,эф}}\int \Phi_н\,dt,$$

где

$$\Phi_н = \int \vec{H}\,d\vec{s}$$

Таким образом, мы пришли к формулировке законов электромагнитной индукции только в терминах полей и свойств среды, на которую такие поля накладываются и никаких токов в явном виде в этих уравнениях уже нет. Как видно, полученные соотношения полностью симметричны. Отметим, однако, некоторую ос бенность в поведении коэффициентов в уравнении (25). Для периодических процессов при $\omega \to 0$ коэффициенты $\sigma_{н\ эф}$ и $C_{к\ эф}^{-1}$ тоже стремятся к нулю, что означает отсутствие свободных магнитных зарядов.

Мы должны отметить то обстоятельство, что в задачу полученных уравнений не входит определение конкретного вида эффективных параметров среды, которые должны находиться на основе физических моделей проводимости, а также диэлектрической и магнитной проницаемости. Если такие модели построены быть не могут, то эффективные параметры могут быть измерены экспериментально. Методика таких измерений понятна из приведенного рассмотрения.

Таким образом, для решения задачи о взаимодействии полей с веществом достаточно лишь знания введенных эффективных усредненных параметров среды и их дисперсии. Именно эти параметры и определяют все многообразие эффектов, связанных с взаимодействием полей и вещества, если учесть, что они могут быть тензорными величинами, а также зависеть еще и от величины приложенного поля.

2. Уравнения электромагнитной индукции в движущихся системах координат

Уравнения Максвелла не дают возможности записать поля в движущейся системе координат, если известны поля в неподвижной системе. В общем виде это дают возможность сделать преобразования Лоренца, однако эти преобразования из классической электродинамики не следуют. Возникает вопрос, могут ли принципы классической электродинамики и классической физики дать правильные результаты по преобразованию полей в движущихся системах координат. Этот вопрос имеет важное методологическое значение, так как в настоящее время и классическая электродинамика и специальная теория относительности стоят как бы отдельно друг от друга и мы плохо понимаем их взаимосвязь. В настоящем разделе мы как раз и попытаемся установить такую взаимосвязь.

Указания на то, каким образом могут быть записаны поля в движущейся системе координат, если они известны в неподвижной, имеются уже в законе Фарадея. Для рассмотрения этого вопроса перепишем соотношение (I) в несколько уточненном варианте.

$$\oint \vec{E}' d\vec{l}' = -\frac{d\Phi_B}{dt}. \tag{29}$$

Полная производная по времени в соотношениях (I) и (29) означает независимость конечного результата, т.е. появления контурного интеграла $\oint \vec{E}' d\vec{l}'$, от способа изменения потока. Поток может меняться как за счет чисто временных его изменений так и за счет того, что система, в которой измеряется $\oint \vec{E}' d\vec{l}'$, двигается в пространственно меняющемся поле $\vec{B}$. Штрихи около $\vec{E}'$ и $d\vec{l}'$ в соотношении (29) как раз и отмечают этот факт, т.е. $\vec{E}'$ определяется в штрихованной (движущейся) системе отсчета.

Учитывая, что $\Phi_B = \int \vec{B}\, d\vec{s}$ перепишем соотношение (29):

$$\oint \vec{E}' d\vec{l}' = -\frac{d}{dt}\int \vec{B}\, d\vec{s}$$

и далее, поскольку $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}\,\mathrm{grad}$ запишем;

$$\oint \vec{E}' d\vec{l}' = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s} - \oint [\vec{B}\times\vec{v}]\, d\vec{l} - \int \vec{v}\,\mathrm{div}\,\vec{B}\, ds. \tag{30}$$

В данном случае контурный интеграл берется по контуру $d\vec{l}$, охватывающему площадку $d\vec{s}$. Сразу заметим, что все дальнейшее изложение будет вестись в предположении справедливости преобразований Галилея, т.е. $d\vec{l}'=d\vec{l}$, $d\vec{s}'=d\vec{s}$. Поскольку $\operatorname{div}\vec{B}=0$, последний член в равенстве (30) исчезает. Из (30) получаем хорошо известный результат [5]

$$\vec{E}'=\vec{E}+[\vec{v}\times\vec{B}], \tag{31}$$

из которого следует, что при движении в магнитном поле возникает дополнительное электрическое поле, определяемое последним слагаемым соотношения (31). В соответствии с соотношением (31) записывается сила Лоренца

$$\vec{F}'_{\Lambda}=e\vec{E}+e[\vec{v}\times\vec{B}], \tag{32}$$

т.е. сила Лоренца является следствием первого закона электромагнитной индукции.

Из соотношения (32) следует, что на заряд движущейся в магнитном поле действует сила, которая всегда перпендикулярна направлению движения. Однако, физическая природа этой силы нигде не рассматривается. Именно с этим обстоятельством и связана та путаница, о которой мы уже говорили.

Для выяснения физической природы появления последнего слагаемого в соотношении (32) запишем $\vec{B}$ и $\vec{E}$ через магнитный векторный потенциал:

$$\vec{B}=\operatorname{rot}\vec{A}_B, \tag{33}$$

а

$$\vec{E}=-\frac{\partial\vec{A}_B}{\partial t},$$

где $\vec{A}_B$ - магнитный векторный потенциал.

Тогда соотношение (31) можно переписать:

$$\vec{E}'=-\frac{\partial\vec{A}_B}{\partial t}+[\vec{v}\times\operatorname{rot}\vec{A}_B], \tag{34}$$

и далее

$$\vec{E}' = -\frac{\partial \vec{A}_B}{\partial t} - (\vec{v}\,\nabla)\vec{A}_B + grad\,(\vec{v}\vec{A}_B), \qquad (35)$$

или

$$\vec{E}' = -\frac{d\vec{A}_B}{dt} + grad\,(\vec{v}\vec{A}_B). \qquad (36)$$

Из соотношения (35) видно, что напряженность поля, а следовательно и сила,действуюшая на заряд в движушейся системе, состоит из трех составляюших.

Первая из них обязана чисто временным изменениям магнитного векторного потенциала. Смысл второго слагаемого правой части равенства (35) тоже понятен. Оно связано также с изменением во времени векторного потенциала, но уже за счет того, что заряд движется в пространственно меняюшемся поле этого потенциала. Первое и второе слагаемые, как видно из соотношения (36), можно сгруппировать в полную производную векторного потенциала по времени.

Совсем иная природа последнего слагаемого правой части соотношения (35). Оно связано с наличием потенциальных сил, т.к. потенциальная энергия заряда движушегося в поле магнитного векторного потенциала $\vec{A}_B$ со скоростью $\vec{v}$ равна $e(\vec{v}\vec{A}_B)$. Величина же $e\,grad\,(\vec{v}\vec{A}_B)$ дает силу, точно так же как дает силу градиент скалярного потенциала.

Соотношение (35) дает возможность физически объяснить все составляюшие напряженности электрического поля, которые возникают при движении в магнитном поле. Если речь идет о возникновении электрических полей вне длинного ооленоида,где никаких магнитных полей нет, то в этом случае работает первое слагаемое правой части равенства (35). Но никакими экспериментами, связанными с движением заряда вне такого соленоида векторный потенциал обнаружить нельзя, т.к. в этом случае два последних слагаемых в точности равны друг другу, но имеют разные знаки. Это и выражает тот факт, что $rot\,\vec{A}_в$ вне соленоида равен нулю. В случае униполярного генератора участие в формировании силы, действуюшей на заряд, принимают участие два последних слагаемых правой части равенства (35), внося одинаковые вклады.

Таким образом, нельзя говорить об униполярном генераторе, как об "исключении из правила потока", т.к. правило потока, как мы видим, это совокупность всех трех составляюших. Беря ротор от обеих частей равенства (36) и учитывая (33), а также то, что $rot\,grad \equiv 0$, получаем:

$$rot\,\vec{E}' = -\frac{d\vec{B}}{dt} \qquad (37)$$

Если движения нет, то соотношения (37) превращается в первое уравнение Максвелла, если же движение есть,то нужно брать полную производную от $\vec{B}$. Подводя предварительный итог можно сказать, что соотношения (34-36) являются записью первого закона электромагнитной индукции в терминах магнитного векторного потенциала. Полезность такой записи очевидна, т.к. существенно проясняется вся физическая картина происходяшего.

В классической электродинамике второй закон электромагнитной индукции заменяется законом Ампера, дополненным током смешения Максвела. Основные соотношения в дифференциальной форме при этом выглядят так:

$$rot\,\vec{H} = \vec{j} + \vec{j}_{см}, \qquad (38)$$

или

$$rot\,\vec{H} = \rho\vec{v} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}, \qquad (39)$$

где ρ - плотность заряда, а в интегральной форме (см. таблицу I8.I из работы [2]):

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = J + \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{D} d\vec{s}, \tag{40}$$

где J - ток в контуре.

Как видно имеющиеся соотношения не распространяются на случай, когда может иметь место движение в электрических полях, как это имеет место для первого закона индукции. Как мы уже говорили, в первом законе индукции движение в магнитных полях учтено тем, что в соотношении (29) стоит полная производная по времени. Существующее положение дел связано с историческими обстоятельствами получения соотношений (38-40). Действительно, сначала был известен закон Ампера. Чтобы добиться согласованности в уравнениях электродинамики, Максвелл к току проводимости добавил слагаемое $\partial\vec{D}/\partial t$, назвав его током смещения, и уже результатом введения тока смещения является последнее слагаемое равенства (40). Т.е. путь лежал от дифференциальных уравнений к интегральным, а не наоборот. Слагаемое же $\partial\vec{D}/\partial t$ было в какой-то мере гениальной догадкой.

Однако, если быть последовательными, то как и в случае закона Фарадея для потока смещения мы должны записать:

$$\oint \vec{H}' d\vec{l}' = \frac{d\Phi_D}{dt}, \tag{41}$$

где

$$\Phi_D = \int \vec{D} d\vec{s}.$$

И далее в дифференциальной форме, как это мы делали для закона Фарадея

$$\operatorname{rot} \vec{H}' = \frac{d\vec{D}}{dt}. \tag{42}$$

Из соотношения (42) сразу получаем

$$\operatorname{rot}\vec{H}' = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)\vec{D},$$

или

$$\operatorname{rot}\vec{H}' = \operatorname{rot}\vec{H} + \operatorname{rot}[\vec{D}\times\vec{v}] + \vec{v}\operatorname{div}\vec{D}. \qquad (43)$$

Для вакуума $\operatorname{div}\vec{D}=0$ и, следовательно,

$$\vec{H}' = \vec{H} - [\vec{v}\times\vec{D}]. \qquad (44)$$

Если же считать, что $\operatorname{div}\vec{D}=\rho$, т.е. имеет место движение системы отсчета относительно зарядов, то

$$\vec{v}\operatorname{div}\vec{D} = \rho\vec{v},$$

это означает, что по сравнению с соотношением (44) в этом случае в движущейся системе отсчета появляется дополнительное магнитное поле, определяемое соотношением

$$\operatorname{rot}\vec{H}'_j = \rho\vec{v} \qquad (45)$$

Производя перештриховку в соотношении (45), т.е. считая, что не система отсчета движется относительно зарядов, а наоборот, получаем:

$$\operatorname{rot}\vec{H}_j = \rho'\vec{v} \qquad (46)$$

Наличие штриха у ρ в этом равенстве означает, что заряд определен в движущейся системе. Соотношение (46) описывает случай, когда отсутствуют вихревые поля, а вся система является электронейтральной, и имеет место только движение зарядов. Но соотношение (46) - это закон Ампера, записанный в дифференциальной форме. Таким образом, запись второго закона индукции в форме соотношений (4I) и (42) учитывает также и наличие токов. Применим еще один, на первый взгляд, искусственный прием, положив, что

$$\vec{D} = \operatorname{rot}\vec{A}_D, \qquad (47)$$

т.е. введем электрический векторный потенциал $\vec{A}_D$. Соотношение (47) имеет место только для вихревых полей. Тогда из (43) для случая, когда $\operatorname{div}\vec{D}=0$, получим:

$$\vec{H}' = \frac{\partial \vec{A}_D}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)\vec{A}_D - \operatorname{grad}(\vec{v}'\vec{A}_D),$$

или

$$\vec{H}' = \frac{\partial \vec{A}_D}{\partial t} + [\vec{v}\times \operatorname{rot}\vec{A}_D],$$

или

$$\vec{H}' = \frac{d\vec{A}_D}{dt} - \operatorname{grad}(\vec{v}\vec{A}_D).$$

Эти соотношения являются записью второго закона электромагнитной индукции в терминах электрического векторного потенциала.

Полезность введения электрического векторного потенциала $\vec{A}_D$ заключается еше и в том, что,как и в случае с бесконечно длинным соленоидом, когда полезно введение $\vec{A}_B$, при его помоши можно решать задачи даже для тех областей, где вектор $\vec{D}$ отсутствует. Попытаемся представить себе ситуацию подобную той, которая имеет место с бесконечно длинным соленоидом, с той лишь разницей, что теперь место векторов $\vec{B}$ должны занять вектора $\vec{D}$. Такая ситуация существует. Это случай, когда пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком с большим ε . В этом случае практически весь поток смешения находится внутри рассмотренного пространства. Если при этом попытаться расчитать магнитные поля вне пространства, занятого диэлектриком, т.е. там, где $\vec{D}\simeq 0$, то мы столкнемся с такой же трудностью, как и в случае с бесконечно длинным соленоидом при расчете вне его полей $\vec{E}$. Введение электрического векторного потенциала выводит нас из такого затруднения.

Соотношение (44) в классической электродинамике отсутствовало и могло быть получено только при помощи преобразований Лоренца для случая $v \ll c$. Таким образом, мы сделали первый шаг по сближению классической электродинамики и специальной теории относительности (СТО). По крайней мере для малых скоростей, как говорят соотношения (31) и (44), выводы классической электродинамики и СТО совпадают. Получив эти результаты, мы можем надеяться, что в такой постановке вопроса из классической электродинамики хотя и с достаточной мерой приближения должны следовать и другие результаты СТО. Например, как мы уже говорили общеизвестен факт, что классическая электродинамика не в силах объяснить фазовую аберрацию [3] , а также, то что величина полей при определенных условиях в движущейся системе увеличивается пр сравнению с неподвижной. Важность физического понимания этих вопросов мы можем проиллюстрировать выдержкой из работы [6] : "Теория относительности возникла в результате длительного накопления опытного материала, приведшего к глубокому преобразованию наших физических представлений о формах материи и движения. После целого ряда попыток приспособить прежние понятия о пространстве, времени и других физических величинах к вновь открытым опытным фактам обнаружилось, что для этой цели требуется перестроить все эти понятия коренным образом. Эта задача была выполнена в основном А. Эйнштейном в 1905 г. (специальная теория относительности) и в 1915 г. (общая теория относительности). Впрочем, задача была выполнена лишь в том смысле, что было дано стройное формально-математическое описание нового положения вещей. Задача глубокого, подлинно физического обоснования этой математической схемы все еще стоит перед физикой."

И, если мы выполним поставленную задачу, то добъемся лучшего физического понимания и СТО, и ее связи с классической электродинамикой. В этом плане может быть решена задача и о том, до каких приближений можно пользоваться преобразованиями Галилея. Сейчас мы попытаемся уточнить формулы (31) и (44) таким образом, чтобы учесть поправки $\sim (v/c)^2$. И, хотя это уточнение будет проведено на основе преобразований Галилея, мы получим совпадение с результатами СТО с точностью до членов $\sim (v/c)^2$. Для поправок более высоких степеней совпадение будет неполным и дальнейшие уточнения можно получить из специальной теории относительности, но все же результаты, которые будут получены, в значительной степени прояснят физическую картину явлений.

Рассмотрим случай, когда имеется только составляющая H_z , а штрихованная система начинает двигаться в направлении оси y с ускорением и достигает через некоторое время скорости Δv_y . Тогда из соотношения (31) можно определить величину электрического поля в системе x', y', z' :

$$\Delta E_x' = \mu_0 \Delta v_y H_z .$$

Если после достижения скорости Δv_y ускорение системы прекращается, она становится инерциальной и поле $\Delta E_x'$ перестает изменяться. Давайте теперь по отношению к новой инерциальной системе x', y', z' начнем ускорять систему x'', y'', z'' . Если через какое-то время ее скорость достигнет значения Δv_y по отношению к системе x', y', z' , то как следует из соотношения (44), добавка к H_z' составит величину

$$\Delta H_z'' = \varepsilon_0 \Delta v_y E_x' = \varepsilon_0 \mu_0 \Delta v_y H_z = \frac{1}{4} (v_y/c)^2 H_z ,$$

где v_y – скорость системы x'', y'', z'' по отношению к системе x, y, z,

$c = (\varepsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$ – скорость света.

Рассматривая процесс таким же образом дальше, легко видеть, что последующий этап ускорения внесет уже поправку в значение электрического поля. Данный итеррационный процесс можно продолжать и далее, в результате чего может быть получен ряд, дающий величину H_z' при достижении скорости $v_y = n\Delta v_y$, когда Δv_y стремится к нулю, а n – к бесконечности.

Ряд, дающий значение H_z', запишется следующим образом:

$$H_z' = H_z\left(1 + \frac{1}{2!}\frac{v_y^2}{c^2} + \frac{1}{4!}\frac{v_y^4}{c^4} + \dots\right) = H_z\, ch(v_y/c).$$

Т.е. в движущейся системе поле больше, чем в исходной. Конечно, такой точно результат получается, если мы рассмотрим движение в электрических поля перпендикулярных направлению движения. Например, если двигаться в электрическом поле заряженого стержня со скоростью v_y вдоль его оси y, то перпендикулярная к оси составляющая электрического поля в движущейся системе запишется:

$$E_\perp' = E_\perp\, ch(v_y/c) \qquad (48)$$

где $E_\perp$ – нормальная составляющая поля в исходной системе.

Из соотношения (48) нетрудно заключить, что движение зарядов дает добавку к нормальной составляющей поля, определяемую соотношением

$$\Delta E_\perp = E_\perp' - E_\perp = E_\perp\left(\frac{1}{2!}\frac{v_y^2}{c^2} + \frac{1}{4!}\frac{v_y^4}{c^4} + \dots\right). \qquad (49)$$

Даже если до начала движения зарядов проводник был электронейтральным, то все равно указанная добавка для движущихся зарядов возникнет, и она уже не может быть скомпенсирована неподвижными зарядами. При этом поле $E_\perp$ следует вычислять как статическое поле, которое создавали заряды до начала движения без учета компенсирующих зарядов.

Например, если поверхностный слой зарядов толщиной λ начинает двигаться со скоростью v , то магнитное поле определится соотношением

$$H = nev\lambda, \tag{50}$$

где n - объемная плотность зарядов .

Из (49) и (50) получаем:

$$\Delta E_\perp = E_\perp \left[\frac{1}{2!} \left(\frac{H}{ne\lambda c} \right)^2 + \frac{1}{4!} \left(\frac{H}{ne\lambda c} \right)^4 + \ldots \right].$$

Величина $E_\perp$ на границе слоя с поверхностной плотностью заряда $ne\lambda$ запишется:

$$E_\perp = ne\lambda / \varepsilon_0. \quad = \frac{Q_{уд.}}{\varepsilon}$$

Учитывая только квадратичные члены, получаем:

$$\Delta E_\perp \approx \frac{1}{2} \frac{\mu_0 H^2}{ne\lambda}. \qquad \Delta Q_{уд} = \Delta E_\perp \cdot \varepsilon = \frac{1}{2} \frac{H^2}{ne\lambda c^2}$$

Если вычислять $\Delta E_\perp$ для сверхпроводника, то нужно знать глубину проникновения поля и H_c . Для ниобия, например H_c = = $1{,}5 \cdot 10^5$ А/м, $\lambda \sim 10^{-7}$ м, $n \sim 3 \cdot 10^{28} \frac{1}{м^3}$. Тогда для ΔE при токах близких к критическим получаем значение $\sim 30 \frac{В}{м}$. Это вполне ощутимая величина. Таким образом, на поверхности сверхпроводника при протекании тока должно существовать нормальное к поверхности электрическое поле. Это поле должно иметь место и при протекании токов в нормальном проводнике, однако, в связи с малостью дрейфовой скорости его величина будет меньше, чем для сверхпроводников. Вопрос о возникновении таких полей уже неоднократно обсуждался в литературе и получил свое экспериментальное подтверждение [7-9] .

Заметим, что рассмотренный результат получен полностью в рамках классической электродинамики и преобразований Галилея.

Таким точно образом можно рассмотреть случай, когда имеются взаимно перпендикулярные поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$ с первоначально заданным отношением между ними и заданным направлением скорости. Перебрав все возможные варианты, можно получить конечные выражения для преобразований полей. Обозначим $\vec{E}_{\parallel}$, $\vec{E}'_{\parallel}$, $\vec{H}_{\parallel}$ и $\vec{H}'_{\parallel}$ как компоненты полей, параллельные направлению скорости, а $\vec{E}_{\perp}$, $\vec{E}'_{\perp}$, $\vec{H}_{\perp}$ и $\vec{H}'_{\perp}$ как компоненты перпендикулярные ей, получим:

$$\begin{aligned} &\vec{E}'_{\parallel} = \vec{E}_{\parallel}; \\ &\vec{E}'_{\perp} = \vec{E}_{\perp} \operatorname{ch}(v/c) + (Z_0/v)[\vec{v} \times \vec{H}_{\perp}] \operatorname{sh}(v/c); \\ &\vec{H}'_{\parallel} = \vec{H}_{\parallel}; \\ &\vec{H}'_{\perp} = \vec{H}_{\perp} \operatorname{ch}(v/c) - (1/Z_0 v)[\vec{v} \times \vec{E}_{\perp}] \operatorname{sh}(v/c), \end{aligned} \qquad (5I)$$

здесь $Z_0 = (\mu_0/\varepsilon_0)^{1/2}$. Если разложить в ряд гиперболические функции, то легко видеть, что значения полей, вычисляемые из соотношений (5I), совпадают с результатами СТО, уже с точностью до членов $\sim (v/c)^2$. Поправки следующих порядков не совпадают с результатами СТО. Таким образом, мы установили границы совпадения результатов классической электродинамики и СТО.

Для иллюстрации полученных результатов приведем два конкретных примера.

Имеются компоненты плоской волны E_x и H_z , а также компонента $\pm v_y$. Учитывая, что в этом случае выполняется соотношение $E_x = \pm Z_0 H_z$, получаем:

$$E'_x = E_x[\operatorname{ch}(v_y/c) - \operatorname{sh}(v_y/c)] = E_x \exp(\pm v_y/c);$$

$$H'_z = H_z[\operatorname{ch}(v_y/c) - \operatorname{sh}(v_y/c)] = H_z \exp(\pm v_y/c).$$

Т.е. амплитуды H_z и E_x экспоненциально убывают при движении в сторону распространения волны и, наоборот, экспоненциально возрастают при движении в обратном направлении.

Имеются компоненты плоской волны H_z и E_x, а также компонента v_x, перпендикулярная направлению распространения. Компоненты полей в штрихованной системе запишутся:

$$E'_x = E_x;$$
$$E'_y = \overset{H_z}{\cancel{E_y}}\, sh(v/c);$$
$$H'_z = H_z\, ch(v/c).$$

Таким образом, вектор $\vec{E}'$ в штрихованной системе имеет уже две компоненты E'_x и E'_y, а его абсолютная величина

$$|\vec{E}'| = \left[(E'_x)^2 + (E'_y)^2\right]^{1/2} = E_x\, ch(v_x/c).$$

Этот вектор находится в плоскости xoy и образует с осью y угол φ, тангенс которого

$$tg\,\varphi = sh(v_x/c). \qquad (52)$$

Таким образом, вектор Умова-Пойнтинга теперь направлен уже не по оси y, а находясь в плоскости xoy, наклонен к ней на угол, определенный соотношением (52). Отношение же абсолютных величин векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ в обеих системах осталось одинаковым. Этим и объясняется явление фазовой аберрации.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Тамм И.Е. Основы теории электричества.-М.: Наука,1966.- 624 с.
2. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике; В 9-и т.-М.: Мир, 1977. - т.6. - 347 с.
3. Борн М. Эйнштейновская теория относительности. - М.: Мир, 1972 г. - 368 с.

4. Кинг Р., Смит Г. Антенны в материальных средах; В 2-х книгах.- М. Мир, 1984. - Книга I. - 416 с.

5. Джексон Дж., Классическая электродинамика. - М.: Мир, 1965.- 702 с.

6. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ.- М.: Наука, 1967.- 664 с.

7. Rosser W.G.V. Second-Order Electric Field Due to a Conduction Current. - American Journal of Physics, 1962, v. 30, N7, p. 509-511.

8. Don A. Baker. Second-Order Electric Field due to a Conduction Current. - American Journal of Physics, 1964, v. 32, N2, p. 153-157.

9. Edwards W. F., Kenyon C.S., Lemon D.K. Continuing investigation into possible electric fields arising from steady conduction currents. Phys. Rev. D, 1976, v. 14, N 4, p. 922-938.

О Г Л А В Л Е Н И Е

Печатается в соответствии с решением научно-технического Совета НТК ФТИНТ АН УССР от 23 октября 1987 года.

В печать 07.01.88.

Тир. 1 Цена 3-30. Зак. 32792

Производственно-издательский комбинат ВИНИТИ

Люберцы, Октябрьский пр., 403