ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Ф.Ф. МЕНДЕ
НИИ Криогенного приборостроения
Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины

РОЛЬ И МЕСТО КИНЕТИЧЕСКОЙ ИНДУКТИВНОСТИ ЗАРЯДОВ В КЛАССИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

Диэлектрическая и магнитная проницаемость являются главными материальными параметрами в уравнениях Максвелла. Однако существует еще один материальный параметр, а именно кинетическая индуктивность зарядов, который играет не менее важную роль. Фундаментальность этого параметра до сих пор не осознана, и кинетическая индуктивность присутствует во всех уравнениях электродинамики в неявном виде. Данная работа посвящена рассмотрению роли кинетической индуктивности в электродинамике материальных сред.

F.F. MENDE
Research institute for cryogenic instrument engineering
B.I. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering NAS Ukraine

ROLE AND PLACE OF KINETIC INDUCTANCE OF CHARGES IN CLASSICAL ELECTRODYNAMICS

Permittivity and magnetic permeability are the main material parameters in the equations of Maksvell. However there is one more material parameter, namely kinetic inductance of charges which plays not less important role. Fundamental nature of this parameter isn't realized till now, and kinetic inductance is present at all equations of electrodynamics implicitly. The given work is devoted consideration of a role of kinetic inductance in electrodynamics of material environments.

Ключевые слова: электродинамика, диэлектрическая проницаемость, кинетическая индуктивность, проводник, диэлектрик, плазма, дисперсия.
Key words: electrodynamics, dielectric permeability, kinetic inductance, conductor, dielectric, plasma, dispersion.

1. Введение

В существующей научной литературе имеет место лишь эпизодические упоминания о том, что такое кинетическая индуктивность носителей зарядов и не отражена ее роль и место в электродинамике материальных сред [1…3]. В последнее время появились работы, которые направлены на практическое использование этого явления [4, 5]. В связи с этим обоснованным является постановка вопроса о месте и роли кинетической индуктивности в электродинамике материальных сред. В работе [6] также имеется эпизодическое упоминание о поверхностной кинетической индуктивности, но и в этой монографии нет анализа места и роли кинетической индуктивности в классической электродинамике, поэтому роль этого параметра в общих подходах в электродинамике материальных сред требует дальнейших уточнений.

Основные результаты представленной работы были получены на протяжении 1992–1994 гг. в НИИ криогенного приборостроения при Физико-техническом институте низких температур НАНУ. Эта организация была закрыта в 1994 г. В статье использованы также дальнейшие результаты автора, ссылки на которые имеются в тексте.

2. Бездиссипативные проводящие среды

Под бездиссипативными проводящими средами будем понимать такие, в которых заряды могут двигаться без потерь. К таким средам в первом приближении могут быть отнесены сверхпроводники, свободные электроны или ионы в вакууме (в дальнейшем проводники). Для электронов в указанных средах уравнение движения, в случае наличия только электрического поля, имеет вид

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E}, \tag{2.1}$$

где m и e – масса и заряд электрона; $\vec{E}$ – напряженность электрического поля; $\vec{v}$ – скорость движения заряда. В работе [2] показано, что данное уравнение может быть использовано и для описания движения электронов в горячей плазме. Поэтому оно может быть распространено и на это случай.

Используя выражение для плотности тока

$$\vec{j} = ne\vec{v}, \tag{2.2}$$

из (2.1) получаем ток проводимости

$$\vec{j}_L = \frac{ne^2}{m}\int \vec{E}\,dt. \tag{2.3}$$

В соотношении (2.2) и (2.3) величина n представляет удельную плотность зарядов. Введя обозначение

$$L_k = \frac{m}{ne^2}, \tag{2.4}$$

находим

$$\vec{j}_L = \frac{1}{L_k}\int \vec{E}\,dt. \tag{2.5}$$

В данном случае величина L_k представляет удельную кинетическую индуктивность носителей заряда [2, 6]. Ее существование связано с тем, что заряд, имея массу, обладает инерцией.

Для случая гармонических полей $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin\omega t$ соотношение (2.5) запишется

$$\vec{j}_L = -\frac{1}{\omega L_k}\vec{E}_0\cos\omega t. \tag{2.6}$$

Здесь и далее вместо комплексных величин будем использовать тригонометрические функции с тем, чтобы были хорошо видны фазовые соотношения между векторами, представляющими электрические поля и токи.

Из соотношений (2.5) и (2.6) видно, что $\vec{j}_L$ представляет индуктивный ток, т.к. его фаза запаздывает по отношению к напряженности электрического поля на угол равный $\frac{\pi}{2}$.

Если рассматриваемые электроны находятся в вакууме, то при нахождении суммарного тока нужно учитывать ток смещения

$$\vec{j}_\varepsilon = \varepsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \varepsilon_0\vec{E}_0\cos\omega t.$$

Видно, что этот ток носит емкостной характер, т.к. его фаза на $\frac{\pi}{2}$ опережает фазу напряженности электрического поля. Таким образом, суммарная плотность тока составит [7…9]

$$\vec{j}_\Sigma = \varepsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{L_k}\int \vec{E}\,dt,$$

или

$$\vec{j}_\Sigma = \left(\omega\varepsilon_0 - \frac{1}{\omega L_k}\right)\vec{E}_0\cos\omega t. \tag{2.7}$$

Если электроны находятся в материальной среде, то следует учитывать и наличие положительно заряженных ионов. Однако при рассмотрении свойств среды в переменных полях, в связи с тем, что масса ионов значительно больше массы электронов, их наличие не учитывается. Величина, стоящая в скобках, представляет суммарную реактивную проводимость σ_Σ и состоит, в свою очередь, из емкостной σ_C и индуктивной σ_L проводимостей

$$\sigma_\Sigma = \sigma_C + \sigma_L = \omega\varepsilon_0 - \frac{1}{\omega L_k}.$$

Соотношение (2.7) можно переписать и по-другому

$$\vec{j}_\Sigma = \omega\varepsilon_0\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)\vec{E}_0\cos\omega t,$$

где

$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{1}{L_k\varepsilon_0}}$ – плазменная частота ленгмюровских колебаний.

И здесь возникает большой соблазн назвать величину

$$\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon_0\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right) = \varepsilon_0 - \frac{1}{\omega^2 L_k}.$$

зависящей от частоты диэлектрической проницаемостью плазмы. Но это неправильно, т.к. данный математический символ является сборным параметром, в который одновременно входит диэлектрическая проницаемость вакуума и удельная кинетическая индуктивность зарядов. Верна и другая точка зрения. Соотношение (2.7) можно переписать и по-другому:

$$\vec{j}_\Sigma = -\frac{\left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1\right)}{\omega L}\ \vec{E}_0 \cos\omega t\,,$$

и ввести другой математический символ

$$L^*(\omega) = \frac{L_k}{\left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1\right)} = \frac{L_k}{\omega^2 L_k \varepsilon_0 - 1}.$$

И тоже возникает соблазн назвать эту величину зависящей от частоты кинетической индуктивностью. Но эту величину называть индуктивностью нельзя, поскольку это тоже сборный параметр, также включающий в себя не зависящие от частоты кинетическую индуктивность и диэлектрическую проницаемость вакуума.

Таким образом

$$\vec{j}_\Sigma = \omega\varepsilon^*(\omega)\ \vec{E}_0 \cos\omega t,$$

или, что то же самое

$$\vec{j}_\Sigma = -\frac{1}{\omega L^*(\omega)}\ \vec{E}_0 \cos\omega t.$$

Но это всего лишь символическая математическая запись одного и того же соотношения (2.7) с использованием символов $\varepsilon^*(\omega)$ и $L^*(\omega)$. Оба уравнения совершенно эквивалентны, и по отдельности математически полностью характеризуют рассмотренную среду. Но с физической точки зрения ни $\varepsilon^*(\omega)$, ни $L^*(\omega)$ диэлектрической проницаемостью или индуктивностью не являются. Физический смысл их названий заключается в следующем:

$$\varepsilon^*(\omega) = \frac{\sigma_X}{\omega}, \tag{2.8}$$

т.е. $\varepsilon^*(\omega)$ представляет суммарную реактивную проводимость среды, деленную на частоту, а

$$L_k^*(\omega) = \frac{1}{\omega\sigma_X},$$

представляет обратную величину произведения реактивной проводимости на частоту.

Как нужно поступать, если в нашем распоряжении имеются величины $\varepsilon^*(\omega)$ и $L^*(\omega)$, а нам необходимо вычислить полную энергию, заключенную в единице объема. Естественно подставлять эти символы в формулы, определяющие энергию электрических полей

$$W_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2,$$

и кинетическую энергию носителей зарядов

$$W_j = \frac{1}{2} L_k j_0^2$$

нельзя, просто потому, что эти параметры не являются ни диэлектрической проницаемостью, ни индуктивностью. Нетрудно показать, что в этом случае полная энергия, заключенная в единице объема, может быть получена из соотношения

$$W_\Sigma = \frac{1}{2}\cdot\frac{d\left(\omega\varepsilon^*(\omega)\right)}{d\omega} E_0^2\,, \tag{2.9}$$

откуда получаем

$$W_\Sigma = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2 + \frac{1}{2}\ \frac{1}{\omega^2 L_k}\ E_0^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2 + \frac{1}{2} L_k j_0^2\,. \tag{2.10}$$

Тот же результат получим, воспользовавшись формулой

$$W = \frac{1}{2}\ \frac{d\left[\frac{1}{\omega L_k^*(\omega)}\right]}{d\omega}\ E_0^2\,. \tag{2.11}$$

Приведенные соотношения показывают, что энергия, заключенная в единичном объеме проводника состоит из потенциальной энергии электрических полей и кинетической энергии носителей зарядов. Однако, глядя на соотношения (2.9) и (2.11), на первый взгляд может показаться, что энергия является функцией только электрических полей.

При рассмотрении любых сред важной задачей является нахождение волнового уравнения. В данном случае эта задача уже практически решена. Уравнения Максвелла для этого случая имеют вид:

$$\begin{aligned} &\operatorname{rot}\ \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial\ \vec{H}}{\partial\ t},\\ &\operatorname{rot}\ \vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial\ \vec{E}}{\partial\ t} + \frac{1}{L_k}\int \vec{E}\ dt, \end{aligned} \tag{2.12}$$

где ε_0 и μ_0 – диэлектрическая и магнитная проницаемость вакуума. Система уравнений (2.12) полностью описывает все свойства бездиссипативных проводников. Из нее получаем

$$\operatorname{rot}\ \operatorname{rot}\ \vec{H} + \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial\ t^2} + \frac{\mu_0}{L_k}\vec{H} = 0. \tag{2.13}$$

Для случая полей, не зависящих от времени, уравнение (2.13) переходит в уравнение Лондонов

$$\operatorname{rot}\ \operatorname{rot}\ \vec{H} + \frac{\mu_0}{L_k}\vec{H} = 0,$$

где $\lambda_L{}^2 = \frac{L_k}{\mu_0}$ – лондоновская глубина проникновения.

Таким образом, можно заключить, что уравнения Лондонов являясь частным случаем уравнения (2.13), и не учитывают токов смещения в сверхпроводниках.

Для электрических полей волновое уравнение в этом случае выглядит следующим образом:

$$\operatorname{rot}\ \operatorname{rot}\ \vec{E} + \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \frac{\mu_0}{L_k}\vec{E} = 0.$$

Для постоянных полей можно записать

$$\operatorname{rot}\ \operatorname{rot}\ \vec{E} + \frac{\mu_0}{L_k}\vec{E} = 0.$$

Следовательно, постоянные электрические поля проникают в сверхпроводник таким же образом, как и магнитные, убывая по экспоненциальному закону. Плотность же тока в каждой точке сверхпроводника при этом растет по линейному закону

$$\vec{j}_C = \frac{1}{L_k}\int \vec{E}\,dt,$$

Проведенное рассмотрение показало, что диэлектрическая проницаемость проводников равна диэлектрической проницаемости вакуума и эта проницаемость от частоты не зависит. Этому параметру обязано накопление в проводниках потенциальной энергии. Кроме того, такую среду характеризует еще и кинетическая индуктивность носителей зарядов и этот параметр ответственен за накопление кинетической энергии.

Таким образом, получены все необходимые характеристики, характеризующие процесс распространения электромагнитных волн в рассмотренных средах. Однако в отличие от общепринятой методики [10…13] при таком рассмотрении нигде не вводился вектор поляризации в проводниках, а в основу рассмотрения положено уравнение движения, и при этом во втором уравнении Максвелла выписываются все составляющие плотностей токов в явном виде.

Теперь на примере работы [10] рассмотрим вопрос о том, каким образом решаются подобные задачи, когда для их решения вводится понятие вектора поляризации. Параграф 59 этой работы, где рассматривается этот вопрос, начинается словами: «Мы переходим теперь к изучению важнейшего вопроса о быстропеременных электрических полях, частоты которых не ограничены условием малости по сравнению с частотами, характерными для установления электрической и магнитной поляризации вещества» (конец цитаты). Эти слова означают, что рассматривается та область частот, где в связи с наличием инерционных свойств носителей зарядов поляризация вещества не будет достигать ее статических значений. При дальнейшем рассмотрении вопроса делается заключение, что «в любом переменном поле, в том числе при наличии дисперсии вектор поляризации $\vec{P} = \vec{D} - \varepsilon_0\vec{E}$ (здесь и далее все цитируемые формулы записываются в системе СИ) сохраняет свой физический смысл электрического момента единицы объема вещества» (конец цитаты). Приведем еще одну цитату: «Оказывается возможным установить справедливый для любых тел (безразлично – металлов или диэлектриков) предельный вид функции $\varepsilon(\omega)$ при больших частотах. Именно частота поля должна быть велика по сравнению с «частотами» движения всех (или, по крайней мере, большинства) электронов в атомах данного вещества. При соблюдении этого условия можно при вычислении поляризации вещества рассматривать электроны как свободные, пренебрегая их взаимодействием друг с другом и с ядрами атомов» (конец цитаты).

Далее, как это сделано и в данной работе, записывается уравнение движения свободного электрона в переменном электрическом поле

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E},$$

откуда находится его смещение

$$\vec{r} = -\frac{e\vec{E}}{m\omega^2}.$$

Затем говорится, что поляризация $\vec{P}$ есть дипольный момент единицы объема и полученное смещение вставляется в поляризацию

$$\vec{P} = ne\vec{r} = -\frac{ne^2\vec{E}}{m\omega^2}.$$

В данном случае рассматривается точечный заряд, и эта операция означает введение электрического дипольного момента для двух точечных зарядов с противоположными знаками, расположенными на расстоянии $\vec{r}$

$$\vec{p}_e = -e\vec{r},$$

где вектор $\vec{r}$ направлен от положительного заряда к отрицательному. Этот шаг вызывает недоумение, поскольку рассматривается точечный электрон, и чтобы говорить об электрическом дипольном моменте, нужно иметь в этой же среде для каждого электрона заряд противоположного знака, отнесенный от него на расстояние $\vec{r}$. В данном же случае рассматривается газ свободных электронов, в котором отсутствуют заряды противоположных знаков. Далее следует стандартная процедура, когда введенный таким незаконным способом вектор поляризации вводится в диэлектрическую проницаемость

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0\vec{E} - \frac{ne^2\vec{E}}{m\omega^2} = \varepsilon_0\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_0 L_k\omega^2}\right)\vec{E},$$

а поскольку плазменная частота определяется соотношением

$$\omega_p^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 L_k},$$

сразу записывается вектор индукции

$$\vec{D} = \varepsilon_0\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)\vec{E}.$$

При таком подходе получается, что коэффициент пропорциональности

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right),$$

между электрическим полем и электрической индукцией, который автор называет диэлектрической проницаемостью, зависит от частоты.

Именно такой подход и привел к тому, что все начали считать, что указанный коэффициент есть зависящая от частоты диэлектрическая проницаемость, и электрическая индукция, в свою очередь, тоже зависит от частоты. И об этом говорится во всех, без исключения, фундаментальных работах по электродинамике материальных сред [10…13].

Но, как было показано ранее (см. соотношения (2.8)), этот параметр не является диэлектрической проницаемостью, а представляет суммарную реактивную проводимость среды, деленную на частоту. Таким образом, традиционный подход к решению данной задачи с физической точки зрения является ошибочным, хотя формально с математической точки зрения такой подход допустим. Так в электродинамику было внедрено понятие зависящей от частоты диэлектрической проницаемости, и родилась точка зрения о том, что диэлектрическая проницаемость плазмы зависит от частоты. На самом же деле такой электрический параметр, как диэлектрическая проницаемость плазмы представляет диэлектрическая проницаемость вакуума. И с этим параметром связано накопление в плазме потенциальной энергии электрических полей. Кроме того, плазму характеризует такой физический параметр, как удельная кинетическая индуктивность электронов, с которым связано накопление кинетической энергии в этой среде.

Далее в §61 работы [10] рассматривается вопрос об энергии электрического и магнитного поля в диспергирующих средах. При этом делается вывод о том, что для энергии таких полей

$$W = \frac{1}{2}\left(\varepsilon E_0^2 + \mu H_0^2\right), \qquad (2.14)$$

имеющей точный термодинамический смысл в обычных средах, при наличии дисперсии такое толкование уже невозможно. Эти слова означают, что знание реальных электрических и магнитных полей в диспергирующей среде недостаточно для определения разности внутренней энергии в единице объема вещества при наличии полей в их отсутствии. После таких заявлений приводится формула, дающая правильный результат для вычисления удельной энергии электрических и магнитных полей при наличии дисперсии

$$W = \frac{1}{2}\frac{d\left(\omega\varepsilon(\omega)\right)}{d\omega}E_0^2 + \frac{1}{2}\frac{d\left(\omega\mu(\omega)\right)}{d\omega}H_0^2. \qquad (2.15)$$

Но если сравнить первую часть выражения в правой части соотношения (2.15) с соотношением (2.9), то можно видеть что они совпадают. Это означает, что в соотношении (2.15) этот член представляет полную энергию, включающую не только потенциальную энергию электрических полей, но и кинетическую энергию движущихся зарядов.

Поэтому вывод о невозможности толкования формулы (2.14), как внутренней энергии электрических и магнитных полей в диспергирующих средах является правильным. Однако это обстоятельство заключается не в том, что такая интерпретация в таких средах является, как отмечается в работе, вообще невозможной. Она заключается в том, что для определения величины удельной энергии как термодинамического параметра в данном случае необходимо правильно вычислить эту энергию, учитывая не только электрическое поле, которое накапливает потенциальную энергию (2.14), но и ток электронов проводимости, которые в связи с наличием массы, накапливают кинетическую энергию движения зарядов (2.10). Вывод, который теперь можно сделать, заключается в том, что, вводя в обиход некоторые математические символы, без понимания их истинного физического смысла, и, тем более, присвоение этим символам несвойственных им физических наименований, может в конечном итоге привести к существенным ошибкам.

В радиотехнике существует эффективный метод представления радиотехнических элементов и материальных сред при помощи эквивалентных схем. Этот метод является очень наглядным и дает возможность представлять в виде таких схем элементы, как с сосредоточенными, так и с распределенными параметрами. Сейчас использование этого метода позволит нам еще лучше понять то, в связи с чем и почему были допущены такие существенные физические ошибки при введении понятия зависящая от частоты диэлектрическая проницаемость плазмы.

Покажем, что единичный объем проводника или плазмы по своим электродинамическим характеристикам эквивалентен параллельному резонансному контуру с сосредоточенными параметрами. Для этого рассмотрим параллельный резонансный контур, состоящий из емкости C и индуктивности L. Связь между напряжением U, приложенным к контуру, и суммарным током I_Σ, протекающим через такую цепь, имеет вид

$$I_\Sigma = I_C + I_L = C\frac{dU}{dt} + \frac{1}{L}\int U dt,$$

где $I_C = C\frac{dU}{dt}$ – ток, текущий через емкость, а $I_L = \frac{1}{L}\int U\,dt$ – ток, текущий через индуктивность. Для случая гармонического напряжения $U = U_0 \sin\omega t$ получаем

$$I_\Sigma = \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) U_0 \cos\omega t. \qquad (2.16)$$

Величина, стоящая в скобках, представляет суммарную реактивную проводимость σ_Σ рассмотренной цепи и состоит, в свою очередь, из емкостной σ_C и индуктивной σ_L проводимостей

$$\sigma_\Sigma = \sigma_C + \sigma_L = \omega C - \frac{1}{\omega L}.$$

Соотношение (2.16) можно переписать следующим образом:

$$I_\Sigma = \omega C\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right) U_0 \cos\omega t,$$

где $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ – резонансная частота параллельного контура.

И здесь также возникает соблазн назвать величину

$$C^*(\omega) = C\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right) = C - \frac{1}{\omega^2 L}, \qquad (2.17)$$

которая является сборным параметром, зависящей от частоты емкостью. Опять же, с математической точки зрения введение такого символа естественно, однако недопустимым является присвоение ему предлагаемого названия, т.к. этот параметр никакого отношения к истинной емкости не имеет.

Верна и другая точка зрения. Соотношение (2.16) можно переписать и по-другому:

$$I_\Sigma = -\frac{\left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1\right)}{\omega L} U_0 \cos\omega t,$$

и считать, что рассматриваемая цепь вообще не имеет емкости, а состоит только из зависящей от частоты индуктивности

$$L^*(\omega) = \frac{L}{\left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1\right)} = \frac{L}{\omega^2 LC - 1}. \qquad (2.18)$$

Но, так же как и $C^*(\omega)$, величину $L^*(\omega)$ называть индуктивностью нельзя поскольку это тоже сборный параметр, включающий в себя не зависящие от частоты емкость и индуктивность.

Используя выражения (2.17) и (2.18), запишем:

$$I_\Sigma = \omega C^*(\omega)\, U_0 \cos\omega t, \qquad (2.19)$$

или

$$I_\Sigma = -\frac{1}{\omega L^*(\omega)} U_0 \cos\omega t. \qquad (2.20)$$

Соотношения (2.19) и (2.20) эквивалентны, и по отдельности математически полностью характеризуют рассмотренную цепь. Но с физической точки зрения ни $C^*(\omega)$, ни $L^*(\omega)$ емкостью и индуктивностью не являются, хотя и имеют ту же размерность. Физический смысл их названий заключается в следующем:

$$C^*(\omega) = \frac{\sigma_X}{\omega},$$

т.е. $C^*(\omega)$ представляет суммарную реактивную проводимость данной цепи, деленную на частоту, а

$$L^*(\omega) = \frac{1}{\omega \sigma_X},$$

является обратной величиной произведения суммарной реактивной проводимости на частоту.

Запасаемая в емкости и индуктивности энергия, определяется из соотношений

$$W_C = \frac{1}{2} C U_0^2, \qquad (2.21)$$

$$W_L = \frac{1}{2} L I_0^2. \qquad (2.22)$$

Но каким образом следует поступать, если в нашем распоряжении имеются $C^*(\omega)$ и $L^*(\omega)$? Конечно, вставлять эти соотношения в формулы (2.21) и (2.22) нельзя уже хотя бы потому, что эти величины могут быть как положительными, так и отрицательными, а энергия, запасенная в емкости и индуктивности всегда положительна. Но если для этих целей пользоваться указанными параметрами, то нетрудно показать, что суммарная энергия, накопленная в рассмотренной цепи, определяется выражениями:

$$W_\Sigma = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_X}{d\omega} U_0^2, \qquad (2.23)$$

или

$$W_\Sigma = \frac{1}{2} \frac{d\left[\omega C^*(\omega)\right]}{d\omega} U_0^2, \qquad (2.24)$$

или

$$W_\Sigma = \frac{1}{2} \frac{d\left(\frac{1}{\omega L^*(\omega)}\right)}{d\omega} U_0^2. \qquad (2.25)$$

Если расписать уравнения (2.23) или (2.24) и (2.25), то получим одинаковый результат, а именно:

$$W_\Sigma = \frac{1}{2} C U_0^2 + \frac{1}{2} L I_0^2,$$

где U_0 – есть амплитуда напряжения на емкости, а I_0 – амплитудное значение тока, текущего через индуктивность.

Если сравнить соотношения для параллельного резонансного контура и для проводников, то можно видеть, что они совершенно идентичны если сделать замены: $E_0 \to U_0$, $j_0 \to I_0$, $\varepsilon_0 \to C$ и $L_k \to L$. Таким образом, единичный объем проводника при однородном распределении электрических полей и плотностей токов в нем эквивалентен параллельному резонансному контуру с сосредоточенными параметрами, если емкость и индуктивность его численно равна диэлектрической проницаемости вакуума, а индуктивность равна удельной кинетической индуктивности электронов.

3. Диэлектрики

Нигде в существующей литературе нет указаний на то, что кинетическая индуктивность носителей зарядов играет какую-то роль в электродинамических процессах в диэлектриках. Однако это не так. Оказывается, что этот параметр в электродинамике диэлектриков играет не менее важную роль, чем в проводниках.

Рассмотрим наиболее простой случай, когда колебательные процессы в атомах или молекулах диэлектрика подчиняются законам механического осциллятора.

$$\left(\frac{\beta}{m}-\omega^2\right)\vec{r}_m=\frac{e}{m}\vec{E}, \qquad (3.1)$$

где $\vec{r}_m, \beta$ – параметры, первый из которых это отклонение зарядов от положения равновесия, а второй– представляет коэффициентом упругости, характеризующий упругость электрических сил связи зарядов в атомах и молекулах. Вводя резонансную частоту связанных зарядов

$$\omega_0=\frac{\beta}{m},$$

из (3.1) получаем

$$\vec{r}_m=-\frac{e\ \vec{E}}{m(\omega^2-\omega_o^2)}. \qquad (3.2)$$

Видно, что в соотношении (3.2) как параметр уже присутствует частота собственных колебаний, в которую входит масса заряда. Это говорит о том, что инерционные свойства колеблющихся зарядов будут влиять на колебательные процессы поляризуемых атомов и молекул.

Поскольку общая плотность тока в среде состоит из тока смещения и тока проводимости

$$\mathrm{rot}\vec{H}=\vec{j}_\Sigma=\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}+ne\vec{v},$$

то, находя скорость носителей зарядов в диэлектрике как производную их смещения по координате

$$\vec{v}=\frac{\partial r_m}{\partial t}=-\frac{e}{m(\omega^2-\omega_o^2)}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t},$$

из этих двух соотношений находим:

$$\mathrm{rot}\vec{H}=\vec{j}_\Sigma=\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}-\frac{1}{L_{kd}(\omega^2-\omega_0^2)}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}. \qquad (3.3)$$

Но величина

$$L_{kd}=\frac{m}{ne^2}$$

представляет ни что иное, как плазменную частоту зарядов входящих в состав атомов или молекул диэлектриков в том случае, если их считать свободными. Поэтому соотношение (3.3) можно переписать

$$\mathrm{rot}\vec{H}=\vec{j}_\Sigma=\varepsilon_0\left(1-\frac{1}{\varepsilon_0 L_{kd}(\omega^2-\omega_0^2)}\right)\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}. \qquad (3.4)$$

Но, поскольку величина

$$\frac{1}{\varepsilon_0 L_{kd}}=\omega_{pd}^2$$

представляет плазменную частоту зарядов в атомах и молекулах диэлектрика, если считать эти заряды свободными, то соотношение (3.4) можно переписать

$$\mathrm{rot}\vec{H}=\vec{j}_\Sigma=\varepsilon_0\left(1-\frac{\omega_{pd}^2}{(\omega^2-\omega_0^2)}\right)\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}. \qquad (3.5)$$

И, конечно, опять возникает соблазн назвать величину

$$\varepsilon^*(\omega)=\varepsilon_0\left(1-\frac{\omega_{pd}^2}{(\omega^2-\omega_0^2)}\right) \qquad (3.6)$$

зависящей от частоты диэлектрической проницаемостью диэлектрика. Но этого, как и в случае проводников, делать нельзя, поскольку это сборный параметр, включающий в себя теперь уже три не зависящих от частоты параметра: диэлектрическую проницаемость вакуума, собственную частоту атомов или молекул, входящих в состав диэлектрика, и плазменную частоту для носителей зарядов, входящих в его состав, если считать их свободными.

Рассмотрим два предельных случая.

Если ω значительно ниже чем ω_0, то из (3.5) получаем

$$\mathrm{rot}\vec{H}=\vec{j}_\Sigma=\varepsilon_0\left(1+\frac{\omega_{pd}^2}{\omega_0^2}\right)\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}. \qquad (3.7)$$

В этом случае коэффициент, стоящий перед производной, от частоты не зависит, и представляет статическую диэлектрическую проницаемость диэлектрика. Как видим, она зависит от собственной частоты колебаний и от плазменной частоты. Этот результат понятен. Частота в данном случае оказывается настолько малой, что инерционные свойства зарядов не сказываются и выражение в скобках в правой части соотношения (3.7) представляет статическую диэлектрическую проницаемость диэлектрика. Как видно она зависит от собственной частоты колебаний самих атомов или молекул диэлектрика и от плазменной частоты. Отсюда сразу имеем рецепт для создания диэлектриков с высокой диэлектрической проницаемостью. Чтобы достичь этого, следует в заданном объеме пространства упаковать максимальное количество молекул с максимально мягкими связями между зарядами внутри самой молекулы.

Показательным является случай, когда ω значительно больше чем ω_0. Тогда

$$\mathrm{rot}\vec{H} = \vec{j}_{\Sigma} = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_{pd}^2}{\omega^2}\right)\frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

и на наших глазах диэлектрик превратился в проводник (плазму) т.к. полученное соотношение в точности совпадает со случаем плазмы.

Читатели не могли не заметить то обстоятельство, что в данном случае опять нигде не использовалось такое понятие как вектор поляризации, а рассмотрение проведено путем нахождения реальных токов в диэлектриках на основе уравнения движения зарядов в этих средах. При этом в качестве параметров использованы электрические характеристики среды, которые от частоты не зависят.

Из соотношения (3.5) видно, что в случае выполнения равенства $\omega=\omega_0$ амплитуда колебаний равна бесконечности. Это означает наличие резонанса в этой точке. Бесконечная амплитуда колебаний имеет место по причине того, что не учитывались потерь в резонансной системе, при этом ее добротность равна бесконечности. В каком-то приближении мы можем считать, что значительно ниже указанной точки мы имеем дело с диэлектриком, у которого диэлектрическая проницаемость равна ее статическому значению. Выше этой точки мы имеем дело уже фактически с металлом, у которого плотность носителей тока равна плотности атомов или молекул в диэлектрике.

Теперь можно с электродинамической точки зрения рассмотреть вопрос о том, почему диэлектрическая призма разлагает полихроматический свет на монохроматические составляющие. Для того чтобы это имело место необходимо иметь частотную зависимость фазовой скорости (дисперсию) электромагнитных волн в рассматриваемой среде. Если к соотношению (3.5) добавить первое уравнение Максвелла

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$
$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_{pd}^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)}\right)\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \qquad (3.7)$$

сразу получаем волновое уравнение

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_{pd}^2}{\omega^2 - \omega_0^2}\right)\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

Если учесть, что

$$\mu_0 \varepsilon_0 = \frac{1}{c^2},$$

где c – скорость света, то уже ни у кого не останется сомнения в том, что при распространении электромагнитных волн в диэлектриках будет наблюдаться их частотная дисперсия. Но эта дисперсия будет связана не с тем, что такой материальный параметр, как диэлектрическая проницаемость зависит от частоты. В формировании такой дисперсии будет принимать участие сразу три не зависящие от частоты физические величины, а именно: собственная резонансная частота самих атомов или молекул, плазменная частота зарядов, если считать их свободными, и диэлектрическая проницаемость вакуума.

Теперь покажем, где и какие ошибки подстерегают нас, если при решении рассмотренной задачи использовать понятие вектора поляризации. Введем вектор поляризации в диэлектрике подобно тому, как это делалось для проводников, взяв смещение связанного заряда из соотношения (3.2)

$$\vec{P} = -\frac{ne^2}{m}\cdot\frac{1}{(\omega^2 - \omega_0^2)}\vec{E}.$$

Зависимость вектора поляризации от частоты, связанная с наличием массы у зарядов и их инерционностью, не позволяет этому вектору точно следовать за электрическим полем, достигая того значения, которое он имеет в статических полях.

Поскольку электрическая индукция определяется соотношением

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} - \frac{ne^2}{m}\cdot\frac{1}{(\omega^2 - \omega_0^2)}\vec{E}, \qquad (3.8)$$

то введенная таким образом электрическая индукция зависит от частоты. Но мы уже рассматривали истинный смысл этого параметра.

Если введенную таким способом электрическую индукцию ввести во второе уравнение Максвелла, то оно примет вид:

$$\mathrm{rot}\vec{H} = j_{\Sigma} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$$

или

$$\mathrm{rot}\vec{H} = j_{\Sigma} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \frac{ne^2}{m}\frac{1}{(\omega^2 - \omega_0^2)}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \qquad (3.9)$$

где j_{Σ} – суммарный ток, протекающий через образец. В выражении (3.9) первый член правой части представляет ток смещения в вакууме, а второй – ток, связанный с наличием связанных зарядов в атомах или молекулах диэлектрика. В этом выражении снова появилась удельная кинетическая индуктивность зарядов, участвующих в колебательном процессе

$$L_{kd} = \frac{m}{ne^2}.$$

Данная кинетическая индуктивность определяет кинетическую индуктивность связанных зарядов. С учетом этого соотношение (3.9) можно переписать

$$\mathrm{rot}\vec{H} = j_{\Sigma} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \frac{1}{L_{kd}}\frac{1}{(\omega^2 - \omega_0^2)}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

Таким образом, получено выражение в точности совпадающее с соотношением (3.3). Следовательно, конечный результат рассмотрения обоими способами совпадает, и с математической точки зрения никаких претензий к методу, при котором вводится вектор поляризации, быть не может. Но с физической точки зрения, и особенно в части присвоения параметру, введенному в соответствии с соотношением (3.8) наименования электрической индукции, имеются большие претензии, которые мы уже обсудили. Конечно, это не электрическая индукция, а некий сборный параметр, но, не разобравшись в сути вопроса, все начали считать, что диэлектрическая проницаемость диэлектриков тоже зависит от частоты. И об этом написано во всех литературных источниках, начиная с Большой советской энциклопедии и кончая любым электротехническим справочником. По сути, физически обоснованным является введение электрической индукции в диэлектриках только в статических электрических полях.

С целью сокращения объема статьи мы не будем здесь проводить выкладки для установления эквивалентной электрической схемы диэлектрика. Эти вопросы рассмотрены в работах [7…9]. Заметим лишь, что эквивалентная схема диэлектрика представляет последовательный резонансный контур, у которого индуктивностью является кинетическая индуктивность L_{kd}, а емкость равна статической диэлектрической проницаемости диэлектрика за вычетом емкости равной диэлектрической проницаемости вакуума. При этом сам контур оказывается зашунтированным емкостью, равной диэлектрической проницаемости вакуума.

5. Заключение

Данное рассмотрение показало, что такой параметр как кинетическая индуктивность зарядов характеризует любые электромагнитные процессы в материальных средах, будь то проводники или диэлектрики. Он имеет такое же фундаментальное значение, как диэлектрическая и магнитная проницаемость среды. Почему он до сих пор не был замечен, и почему ему не было отведено должное место? Это связано, прежде всего с тем что физики часто привыкли мыслить в основном математическими понятиями, не сильно вникая в суть самих физических процессов.

Приведено строгое решение электродинамической задачи для идеальных проводников, идеальных диэлектриков, в которых отсутствуют потери. Принципиальной особенностью данного рассмотрения является то, что строгое решение получено только на основе уравнения движения зарядов в исследуемых средах и не использовались такие понятия как вектор поляризации среды и понятие частотной дисперсии такого материального параметра как диэлектрическая проницаемость.

Автор выражает благодарность Анри Амвросьевичу Рухадзе за полезные обсуждения и замечания, которые способствовали улучшению работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гудкайнд Дж. Применение сверхпроводимости. *УФН.* 1972. Т. 106. Вып. 3.
2. Арцимович Л.А. *Что каждый физик должен знать о плазме.* М.: Атомиздат, 1976.
3. Лихарев К.К. Сверхпроводящие слабые связи: Стационарные процессы. *УФН.* 1979. Т. 127. Вып. 2.
4. Гогидзе И.Г., Кумонов П.Б., Сергеев А.В. и др. Неравновесные индуктивные быстродействующие детекторы на основе тонких сверхпроводящих пленок. *Журнал технической физики.* 1998. Т. 68. № 10.
5. Семенов А.В., Девятов И.А., Куприянов М.Ю. Теоретический анализ работы сверхпроводящего детектора микроволнового излучения на кинетической индуктивности. *Письма в ЖЭТФ.* Т. 88. Вып. 7. 2008.
6. Менде Ф.Ф., Спицын А.И. *Поверхностный импеданс сверхпроводников.* Киев: Наукова думка, 1985.
7. Менде Ф.Ф. *Существуют ли ошибки в современной физике.* Харьков: Константа, 2003.
8. Mende F.F. On refinement of certain laws of classical electrodynamics, arXiv, physics/0402084.
9. Менде Ф.Ф. *Новая электродинамика. Революция в современной физике.* Харьков: НТМТ, 2012.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Электродинамика сплошных сред.* М: Физматгиз, 1973.
11. Гинзбург В.Л. *Распространение электромагнитных волн в плазме.* М.: Наука, 1967.
12. Ахиезер А.И. *Физика плазмы.* М: Наука, 1974.
13. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: Наука, 1989.

REFERENCES

1. Goodkind J. Primenenie sverhprovodimosti [Superconductivity application]. *Uspekhi Fizicheskikh Nauk – Physics-Uspekhi.* 1972. Vol. **106.** № 3.
2. Artzimovich L.A. *Chto kazhdyiy fizik dolzhen znat o plazme.* [That each physicist should know about plasma]. M: Atomizdat, 1976.
3. LicharevK.K. Sverhprovodyaschie slabyie svyazi: Statsionarnyie protsessyi. [Superconducting weak communications: Stationary processes]. *Uspekhi Fizicheskikh Nauk – Physics-Uspekhi.* 1979. Vol. **127.** № 2.
4. Gogidze I.G., Kumonov of the Item B., Sergeev A.V., etc. Neravnovesnyie induktivnyie byistrodeystvuyuschie detektoryi na osnove tonkih sverhprovodyaschih ple-nok. [Nonequilibrium inductive high-speed detectors on the basis of thin superconducting films]. *Zhurnal tehnicheskoy fiziki – Technical physics.* 1998. Vol. **68.** № 10.

5. Semenov A.V., Devjatov I.A., Kuprijanov M. Ju. Teoreticheskiy analiz rabotyi sverhprovodyaschego detektora mikrovolnovogo izlucheniya na kineticheskoy induktivnosti. [The theoretical analysis of work of the superconducting detector of microwave radiation on kinetic inductance]. *JETP Letters.* 2008. Vol. **88.** Issue 7.
6. Mende F.F., Spitsyn A.I. *Poverhnostnyiy impedans sverhprovodnikov.* [Superficial an impedance of superconductors]. Kiev: Naukova dumka, 1985.
7. Менде F.F. *Suschestvuyut li oshibki v sovremennoy fizike.* [Exist of an error in the modern physics]. Kharkov: Constant, 2003.
8. Mende F.F. *On refinement of certain laws of classical electrodynamics*, arXiv, physics/0402084.
9. Менде F.F. Novaya elektrodinamika. Revolyutsiya v sovremennoy fizike. [New electrodynamics. Revolution in the modern physics]. Kharkov: NTMT, 2012.
10. Landau L.D., Lifshits E.M. *Elektrodinamika sploshnyih sred.* [Electrodynamics of continuous environments]. M: Physmatgiz, 1973.
11. Ginzburg V. L. *Rasprostranenie elektromagnitnyih voln v plazme.* [Distribution of electromagnetic waves to plasma]. M: Nauka, 1967.
12. Achiezer A. I. *Fizika plazmyi*. [Physics of plasma]. M: Science, 1974.
13. Tamm I.E. *Osnovyi teorii elektrichestva.* [Bas of the electricity theory]. M: Nauka, 1989.

Статья поступила в редакцию 02.06.2012.

Примечание редактора.

В электродинамике материальных сред до середины прошлого столетия использовалась запись уравнений Максвелла в 4-х полевом, или EBHD-представлении (см. Ландау Л.Д. и Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Физматгиз, 1957). При этом для замыкания системы уравнений Максвелла в линейном приближении вводились две тензорные величины $\varepsilon_{ij}(\omega)$ и $\mu_{ij}(\omega)$ – тензора диэлектрической и магнитной проницаемости, которые считались зависящими от частоты электромагнитного поля ω. В случае изотропной среды $\varepsilon_{ij}(\omega)=\varepsilon(\omega)\delta_{ij}$ и $\mu_{ij}(\omega)\delta_{ij}$, т.е. среда описывается двумя скалярными функциями: $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$. В середине прошлого столетия было показано, что при изложении линейной электродинамики следует ограничиться 3-х волновым, или EBD-представлением, причем для описания свойств среды достаточно вводить только одну тензорную величину – тензор $\varepsilon_{ij}(\omega,\vec{k})$, зависящую как от частоты, так и волнового вектора $\vec{k}$ (см. Силин В.П. и Рухадзе А.А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. М.: Атомиздат, 1961). Явный вид тензора $\varepsilon_{ij}(\omega,\vec{k})$ определяется конкретной моделью среды, движением носителей заряда в электромагнитных полях. В настоящее время формализм электродинамики сред в EBD представлении хорошо развит как на феноменологическом, так и на микроскопическом уровнях с использованием как классических, так и квантовых моделей среды.

Предложенный в настоящей статье подход к описанию электродинамики сред с использованием понятия кинетической индуктивности является новым и пока еще далеко не разработанным. Рассмотренная автором модель среды в виде ньютоновских заряженных частиц в электрическом поле (без внешнего магнитного поля) является слишком простой, чтобы можно было судить об ее перспективности. Пока не очень понятно как в этой модели можно учесть пространственную дисперсию, описать дебаевскую экранировку и аномальный скин – эффект в плазме и металлах, квантовые среды, в частности, металлы с учетом спинового парамагнетизма, сверхпроводники и магнитики. Время покажет! А мы пожелаем автору успеха при преодолении трудностей.

Сведения об авторе

Федор Федорович Менде, *д-р техн. наук, ст. научн. сотрудник, директор*
E-mail: mende_fedor@mail.ru
НИИ Криогенного приборостроения Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
Украина, 61103, Харьков, пр. Ленина, 47

Information about author

Fedor Fedorovich Mende, *Doctor of technical sciences, senior research assistant, director*
E-mail: mende_fedor@mail.ru
Research institute for cryogenic instrument engineering B.I. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering NAS Ukraine
61103, Ukraine, Kharkov, Lenin Ave., 47.