А.С. ДУБРОВИН,
доктор техн. наук, акад. РАЕН, профессор
E-mail: asd_kiziltash@mail.ru
ФКОУ ВПО Воронежский институт ФСИН России
г. Воронеж, Российская Федерация
Ф.Ф. МЕНДЕ,
доктор техн. наук, директор
E-mail: fmende@mail.ru
НИИ Криогенного приборостроения
Физико-технический институт низких температур им Б.И. Веркина НАН Украины
Харьков, Украина

ОТ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ ГЕРЦА-ХЕВИСАЙДА К ТРАНСКООРДИНАТНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

На основе критического анализа извлечения из уравнений электродинамики представлений о пространстве и времени сделан вывод об отсутствии у них математических средств адекватного описания перехода от одной инерциальной системы отсчета к другой по причине использования ими частных производных полевых функций по времени, всецело привязывающих электродинамический процесс к одной конкретной системе отсчета. Предлагается новый подход к развитию математического аппарата электродинамики в направлении более адекватного описания перехода от одной инерциальной системы отсчета к другой за счет введения в рассмотрение транскоординатных уравнений, использующих новые галилееву и транскоординатную производные полевых функций. Такое обобщение электродинамики предполагает зависимость электромагнитного поля и электрического заряда от скорости движения наблюдателя, обусловленную не геометрией пространства–времени, а физической природой самого поля в рамках гиперконтинуальных представлений о пространстве и времени. Получена новая транскоординатная формулировка уравнений Максвелла для случая изотропной однородной среды без дисперсии, обобщающая традиционную формулировку Герца–Хевисайда для того же случая. Приведены уравнения Максвелла в интегральной и дифференциальной формах в представлении Герца–Хевисайда и в транскоординатном представлении.

Ключевые слова: уравнения Максвелла, производная Галилея, транскоординатная производная, пространственно-временной гиперконтинуум, транскоординатная электродинамика.

A.S. DUBROVIN,
Doctor of Techn. Sciences, Professor
E-mail: asd_kiziltash@mail.ru
FKOU VPO Voronezh Institute of Russian Federal Penitentiary Service
Voronezh, Russian Federation
F.F. MENDE,
Doctor of Techn. Sciences, Director
Research institute for cryogenic instrument engineering B.I. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering NAS Ukraine
Kharkov, Ukraine
E-mail: fmende@mail.ru

FROM HERTZ-HEAVISIDE ELECTRODYNAMICS TO TRANSCOORDINATE ELECTRODYNAMICS

Article critically reviews space and time concepts definition from the electrodynamics equations in partial derivatives. The conclusion is that they have no mathematical means an adequate description of the transition from one inertial reference frame to another. Partial time functions derivatives fully tie electrodynamic processes to one specific reference frame. Article proposed a new approach to the electrodynamics mathematical apparatus development. It is aimed at a more adequate description of the transition from one inertial reference frame to another. This approach uses a new transcoordinate electrodynamics equations. These equations have novel field functions Galileo and transcoordinate derivatives. Such electrodynamics generalization suggests the dependence of the electromagnetic field and the electric charge on the observer speed. But this dependence is not due to the space-time geometry. It is due to the electromagnetic field physical nature within the hypercontinual concepts of space and time. Article present a new transcoordinate Maxwell's equations formulation for the case of a homogeneous isotropic medium without dispersion. This formulation generalizes the traditional Hertz–Heaviside formulation for the same case. Article contains the Maxwell's equations in integral and differential forms of the Hertz–Heaviside and the transcoordinate representations.

Key words: Maxwell′s equations, Galileo derivative, transcoordinate derivative, space-time hypercontinuum, transcoordinate electrodynamics.

Введение

В первоначальном виде система уравнений классической электродинамики была записана Максвеллом в его знаменитом трактате [1] с использованием исчисления кватернионов в рамках классических представлений о пространстве и времени, допускающих преобразования Галилея при переходе от рассмотрения электромагнитного поля в одной инерциальной системе отсчета к рассмотрению этого же поля в другой инерциальной системе отсчета. Однако сразу выяснилось, что исчисление кватернионов в математике развито не настолько хорошо, чтобы физики могли его успешно применять к широкому кругу задач электродинамики. Для того чтобы привлечь в электродинамику более простые и эффективные средства математической физики, Герц и Хевисайд переформулировали уравнения Максвелла с языка исчисления кватернионов на язык векторного анализа.

В то время казалось, что формулировка Герца–Хевисайда эквивалентна исходной формулировке Максвелла, но теперь уже можно констатировать, что уравнения, полученные Герцем и Хевисайдом, являются существенным упрощением уравнений Максвелла в кватернионах, причем это упрощение относится не только к их математической форме, но и (что самое главное!) к их физическому содержанию, т.к. при этом уравнения лишились естественно присущей им Галилей-инвариантности. Все же для конкретно взятой инерциальной системы отсчета (а не их совокупности) эквивалентность формулировок имела место, в силу чего формулировка Герца–Хевисайда получила заслуженное признание научного сообщества и вытеснила в теоретических и прикладных исследованиях формулировку самого Максвелла.

Несмотря на то, что уравнения Максвелла, как в формулировке самого Максвелла, так и в формулировке Герца–Хевисайда, получены в рамках классических представлений о пространстве и времени, использующих преобразования Галилея, в дальнейшем именно уравнения Максвелла стали теоретической предпосылкой создания специальной теории относительности (СТО). Как убедительно показано, например, в [2], суть СТО состоит в отождествлении естественной геометрии электромагнитного поля, описываемого уравнениями Максвелла, с геометрией мирового физического пространства–времени. И теперь уже в современных работах по электродинамике (типичный пример – работа [3]) уравнения Максвелла рассматриваются в четырехмерном псевдоримановом пространстве–времени).

Можно ли вернуть уравнениям Максвелла изначальную Галилей-инвариантность в рамках неких новых, своего рода неоклассических представлений о пространстве и времени, не отказываясь от использования аппарата векторного анализа при записи уравнений? В данной работе мы покажем, что ответ на этот вопрос утвердителен.

Концептуальный подход

В классической механике динамика материальной точки описывается дифференциальными уравнениями для ее радиус-вектора, использующими обычную производную второго порядка по времени. Именно ее использование обеспечивает Галилей-инвариантность уравнений. Если соединить множество массивных материальных точек невесомыми упругими нитями в единую струну, то ее колебание будет описываться Галилей-инвариантной системой дифференциальных уравнений. Но если совершить предельный переход, устремив число материальных точек к бесконечности, а их массы и длины отдельных нитей – к нулю, то мы получим одномерное волновое уравнение (уравнение колебаний струны), не инвариантное относительно преобразований Галилея, но зато инвариантное относительно группы псевдоортогональных преобразований (гиперболических поворотов, сохраняющих псевдоевклидову метрику). Виновник такой странной и неожиданной метаморфозы при переходе от «материально-точечной механики к сплошной среде – этот предельный переход с подменой обычной производной на частную, который, вообще говоря, аналитически законен [4], но сужает область физической применимости уравнения. Реальный волновой процесс механических колебаний струны остается Галилей-инвариантным, но его уравнение уже лишено математических средств описания перехода от одной инерциальной системы отсчета к другой, а всецело привязывает процесс к одной конкретной системе отсчета, закрепляя в ней концы струны. Так классико-полевая естественнонаучная парадигма вскрыла фундаментальное противоречие между непрерывностью и дискретностью [5, 6], не преодоленное до сих пор, но приведшее к торжеству в теоретической физике сомнительного принципа геометризации [7].

Открытие волнового уравнения в механике не привело к пересмотру представлений о пространстве и времени, но к этому привело открытие того же самого уравнения в электродинамике. В теории относительности соответствующая группа псевдоортогональных преобразований для электромагнитных волн в вакууме (преобразования Лоренца) получила статус подгруппы движения метрики единого мирового физического пространства–времени. Но возникает сомнение в оправданности использования традиционных уравнений электродинамики, в частности, волнового уравнения, для адекватного извлечения из них представлений о пространстве и времени. Легко предположить, что эти уравнения, используя частные производные полевых функций по времени, подобно уравнению механических колебаний, попросту лишены математических средств адекватного описания перехода от одной инерциальной системы отсчета к другой и так же всецело привязывают процесс к одной конкретной системе отсчета. Так возникает вопрос возможности подходящего уточнения или обобщения уравнений электродинамики, начиная с уравнений индукции электрического поля магнитным и магнитного – электрическим. Обстоятельное рассмотрение данного вопроса в [8] привело к появлению идеи о том, что такое совершенствование электродинамики должно предполагать существование зависимости электромагнитного поля от скорости движения наблюдателя, обусловленной не геометрией пространства–времени, а физической природой поля.

В теории относительности электромагнитное поле тоже зависит от скорости движения наблюдателя, но только опосредованно через зависимость от нее интервалов времени и пространственных расстояний (преобразования Лоренца), следствием чего оказывается релятивистская инвариантность электрического заряда. Более фундаментальная же (непосредственная) зависимость поля от скорости сопряжена с наличием такой зависимости даже абсолютной величины электрического заряда. До последнего времени такая не инвариантность заряда подтверждалась лишь косвенными эмпирическими данными, заключавшимися в появлении электрического потенциала на сверхпроводящих обмотках и торах при введении в них постоянного тока, а также в наблюдении электрического импульса ядерных взрывов [9].

В частности, 9 июля 1962 г. при взрыве в космосе над Тихим океаном водородной бомбы с тротиловым эквивалентом 1,4 Мт по программе США «Starfish» напряженность электрических полей превзошла предсказанные нобелевским лауреатом Бете Х.А. в 1000 раз. При взрыве термоядерного заряда в космосе по программе «Программа К», который был осуществлен в СССР осенью 1962 г., радиосвязь и радарные установки были блокированы на расстоянии до 1000 км примерно аналогично случаю вышеуказанного американского взрыва. Было обнаружено, что регистрация последствий космического ядерного взрыва возможна на больших (до 10 тыс. км) расстояниях от места взрыва. Электрические поля импульса привели к большим наводкам на силовой кабель в свинцовой оболочке, закопанный на глубину ~ 1 м, соединяющий электростанцию в Акмоле с Алма-Атой. Наводки были настолько велики, что автоматика отключила кабель от электростанции.

Однако 2015 год ознаменовался получением уже прямого экспериментального подтверждения этого феномена в результате обнаружения и исследования импульса электрического поля, возникающего при разогреве плазмы в результате разряда через разрядники конденсаторов большой емкости [9]. Оказалось, что в процессе разогрева плазмы при равном количестве в ней электронов и положительных ионов в ней образуется унитарный отрицательный заряд свободных электронов, не скомпенсированный более медленными положительными ионами.

Этот факт противоречит не только классическим, но и релятивистским преобразованиям электромагнитного поля при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, свидетельствуя о несовершенстве не только классических, но и релятивистских представлений о пространстве и времени. Идея о том, что перспективная электродинамика должна предполагать существование зависимости электромагнитного поля от скорости движения наблюдателя, обусловленной не геометрией пространства–времени, а физической природой поля, не предполагающей инвариантность электрического заряда, развивалась в ряде работ Ф.Ф. Менде, начиная с [8]. В этих работах, в частности, в [8, 9] приведено обоснование введения в электродинамику вместо классических и релятивистских новых преобразований электромагнитного поля, получивших название преобразований Менде.

Однако последовательное развитие такой радикальной идеи, как не инвариантность заряда, требует глубокого пересмотра математического аппарата электродинамики, призванного к созданию математических средств более адекватного описания перехода от одной инерциальной системы отсчета к другой. Подход к именно такому развитию математического аппарата электродинамики был предложен А.С. Дубровиным в [10]. Этот подход лежит в рамках очередного пересмотра представлений о пространстве и времени с отказом от релятивистских и переходом к новым представлениям, которые мы называем гиперконтинуальными.

Понятие пространственно-временного гиперконтинуума введено в [11] в результате совместного изучения алгебраической и геометрической структур коммутативных алгебр с единицей, элементами которых являются функции синусоидальных волн. Гипотеза гиперконтинуума (об иерархической гиперконтинуальной структуре мирового физического пространства-времени) является отправной точкой научных исследований, направленных на обобщение представлений о структуре пространства и времени в русле перехода от современной квантовой научной парадигмы к новой системной, одновременно конструктивно соединяющей в своих рамках непрерывность и дискретность, динамичность и статичность, а также глобальность и локальность [5, 6, 12]. Иерархичность гиперконтинуума ограничивает применимость общепринятого принципа геометризации в физике и связанных с ним идей симметрии в геометрии за счет введения в теоретическую физику идей иерархичности [7, 13], эффективность которых апробирована нами при создании эталонной модели защищенной автоматизированной системы (ЭМЗАС) и математического аппарата ЭМЗАС-сетей [14].

В [10] предложен новый подход к развитию математического аппарата электродинамики в направлении более адекватного описания перехода от одной инерциальной системы отсчета к другой на основе гиперконтинуальных представлений о пространстве и времени за счет совершенствования дифференциального исчисления полевых функций в предположении их зависимости от скорости движения наблюдателя. Примем за основу данный подход.

Математический аппарат транскоординатной электродинамики

Рассмотрим две инерциальные системы отсчета с единым для них временем $t \in \mathbb{R}$. Одну из них (с системой прямоугольных декартовых пространственных координат *OXYZ*) назовем лабораторной (не штрихованной) и будем интерпретировать ее, как относительно неподвижную. Вторую (с системой прямоугольных декартовых пространственных координат *O'X'Y'Z'*) назовем субстанциональной (штрихованной) и будем интерпретировать ее, как связанную с некой движущейся реальной или воображаемой средой. Примем, что при $t = 0$ системы пространственных координат обеих систем отсчета совпадают. Введем индексы $\alpha = \overline{1,3}$, $\beta = \overline{1,3}$. Координаты по осям *OX*, *OY*, *OZ* и *O'X'*, *O'Y'*, *O'Z'* будем задавать переменными x^α и x'^α соответственно. Орты по осям *OX* и *O'X'*, осям *OY* и *O'Y'*, осям *OZ* и *O'Z'* обозначим через $\mathbf{e}_\beta = \left(e_\beta^\alpha\right)$, причем $e_\beta^\alpha = \delta_{\alpha\beta}$, где $\delta_{\alpha\beta}$ – символ Кронекера. Через $\mathbf{v} = (v^\alpha)$ и v обозначим вектор скорости движения субстанциональной системы отсчета относительно лабораторной и модуль этого вектора. Направляя орт $\mathbf{e}_1$ вдоль $\mathbf{v}$, имеем: $\mathbf{v} = v\mathbf{e}_1 = (v^\alpha)$, $v^\alpha = v\delta_{\alpha 1}$. Событие в данных двух системах отсчета имеет вид $\mathbf{x} = (\mathbf{r}, t) = (x^\alpha, t)$; $\mathbf{x}' = (\mathbf{r}', t) = (x'^\alpha, t)$, где $\mathbf{r} = (x^\alpha)$, $\mathbf{r}' = (x'^\alpha)$ – радиус-векторы. Будем считать, что физическая эквивалентность событий $\mathbf{x}$ и $\mathbf{x}'$ означает справедливость преобразования Галилея

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}' + t\mathbf{v} \tag{1}$$

или, иначе, заменяя векторное представление на компонентное,

$$x^\alpha = x'^\alpha + tv\delta_{\alpha 1}. \tag{2}$$

Классическое физическое поле описывается в лабораторной и субстанциональной системах отсчета своими полевыми функциями $\Phi(\mathbf{r}, t)$ и

$\Phi'(\mathbf{v}, \mathbf{r}', t)$, причем $\Phi'(\mathbf{0}, \mathbf{r}', t) = \Phi'(\mathbf{r}', t)$, а равенство $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ означает $v^{\alpha} = 0$. Их значения называют полевыми переменными. Для полей разной физической природы могут подходить разные математические представления полевых функций, так что полевые переменные могут быть, например, скалярными или векторными с вещественными или комплексными значениями самих переменных или их векторных компонент. Если в роли такого поля выступает электрическое поле, то в данной роли могут выступать функции его напряженности $\mathbf{E} = \Phi(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{E}' = \Phi'(\mathbf{v}, \mathbf{r}', t)$, а в случае магнитного поля имеем функции магнитной индукции $\mathbf{B} = \Phi(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{B}' = \Phi'(\mathbf{v}, \mathbf{r}', t)$.

В классической нерелятивистской теории поля считается, что имеет место равенство

$$\Phi(\mathbf{r}' + t\mathbf{v}, t) = \Phi'(\mathbf{v}, \mathbf{r}', t), \tag{3}$$

математически выражающее физическую концепцию инвариантности поля относительно скорости движения наблюдателя. В теории относительности (3) уже не выполняется, а вместо преобразований Галилея используются преобразования Лоренца. Но эта не инвариантность поля не имеет фундаментальной, не связанной с геометрией пространства-времени физической природы, а оказывается просто следствием эффектов сокращения длин и замедления времени в движущихся системах отсчета. Предлагаемые нами гиперконтинуальные представления о пространстве и времени [11] предусматривают широкие возможности инвариантности тех или иных физических процессов относительно тех или иных групп преобразований координат при том, что особую роль в пространственно-временном гиперконтинууме играют преобразования Галилея (1), т.к. они при этом трактуются, как уровневые преобразования Лоренца бесконечно высокого уровня и, тем самым, позволяют единым образом синхронизировать все события во всех отдельных континуумах, иерархически структурирующихся в единый гиперконтинуум. Естественно считать, что в гиперконтинууме поле также не инвариантно относительно скорости движения наблюдателя, но объяснять это уже фундаментальными свойствами поля, не связанными с геометрией отдельных континуумов.

Возникает вопрос о возможных вариантах полного дифференцирования по времени полевой функции в лабораторной системе отсчета $\Phi(\mathbf{r}, t)$, производимого в зависимости от субстанциональной системы отсчета. В гидроаэромеханике и классической механике широко используется производная Лагранжа (субстанциональная производная), имеющая те же аргументы, что и исходная полевая функция:

$$\begin{gathered}\frac{d\Phi(\mathbf{r},t)}{dt} = \frac{d\Phi(\mathbf{r}'+t\mathbf{v},t)}{dt} = \\ = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Phi(\mathbf{r}'+(t+\Delta t)\mathbf{v},t+\Delta t)-\Phi(\mathbf{r}'+t\mathbf{v},t)}{\Delta t}.\end{gathered} \tag{4}$$

Но можно рассматривать также производную (назовем ее производной Галилея), аргументы которой будут совпадать с аргументами полевой функции уже не в лабораторной, а в субстанциональной системе отсчета:

$$\begin{gathered}\frac{\partial'\Phi}{\partial t}(\mathbf{v},\mathbf{r}',t) = \frac{d\Phi(\mathbf{r}'+t\mathbf{v},t)}{dt} = \\ = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Phi(\mathbf{r}'+(t+\Delta t)\mathbf{v},t+\Delta t)-\Phi(\mathbf{r}'+t\mathbf{v},t)}{\Delta t}.\end{gathered} \tag{5}$$

Если аргументы производных Лагранжа и Галилея связаны равенством (1), то их соответствующие значения равны и разлагаются в одну и ту же сумму частной по времени и конвективной производных полевой функции в лабораторной системе отсчета:

$$\begin{gathered}\frac{\partial'\Phi}{\partial t}(\mathbf{v},\mathbf{r}',t) = \frac{d\Phi(\mathbf{r},t)}{dt} = \\ = \frac{\partial\Phi(\mathbf{r}'+t\mathbf{v},t)}{\partial t} + (\mathbf{v}\cdot\nabla)\Phi(\mathbf{r}'+t\mathbf{v},t).\end{gathered} \tag{6}$$

Поясним различие физического смысла лагранжевой и галилеевой производных полевой функции. Производная Лагранжа (4) есть полная производная по времени функции поля в лабораторной системе отсчета, измеряемого в точке пространства, которая в лабораторной системе отсчета в момент времени t имеет радиус-вектор $\mathbf{r}$, определяемый равенством (1). А производная Галилея (5) есть полная производная по времени функции поля в лабораторной системе отсчета, измеряемого в точке пространства, которая в субстанциональной системе отсчета имеет радиус-вектор $\mathbf{r}'$. Понятия лагранжевой и галилеевой производных (4)-(6) естественным образом обобщаются на случай производных высших порядков $(n = \overline{1,\infty})$:

$$\frac{d^1\Phi(\mathbf{r},t)}{dt^1} = \frac{d\Phi(\mathbf{r},t)}{dt};\quad \frac{d^{n+1}\Phi(\mathbf{r},t)}{dt^{n+1}} = \frac{d}{dt}\frac{d^n\Phi(\mathbf{r},t)}{dt^n};$$

$$\frac{\partial'^1\Phi}{\partial t^1}(\mathbf{v},\mathbf{r}',t) = \frac{\partial'\Phi}{\partial t}(\mathbf{v},\mathbf{r}',t);$$

$$\frac{\partial'^n\Phi}{\partial t^n}(\mathbf{v},\mathbf{r}',t) = \frac{d^n\Phi(\mathbf{r},t)}{dt^n}.$$

В рамках концепции инвариантности поля относительно скорости движения наблюдателя, т.е. при условии выполнения (3), имеем:

$$\frac{\partial'\Phi}{\partial t}\left(\mathbf{v},\mathbf{r}',t\right)=\frac{d\Phi\left(\mathbf{r}'+t\mathbf{v},t\right)}{dt}= \\ =\frac{d\Phi'\left(\mathbf{v},\mathbf{r}',t\right)}{dt}=\frac{\partial\Phi'\left(\mathbf{v},\mathbf{r}',t\right)}{\partial t}, \qquad (7)$$

то есть галилеева производная функции поля в лабораторной системе отсчета неотличима от частной производной по времени функции поля в субстанциональной системе отсчета. Поэтому введение в рамках этой концепции производной Галилея, как какого-то нового математического объекта со своим самостоятельным физическим смыслом, излишне. В рамках релятивистских же представлений рассмотрение производной Галилея бессодержательно по причине бессодержательности самих преобразований Галилея (в отличие от преобразований Лоренца). Но гиперконтинуальные представления о пространстве и времени делают использование галилеевой производной весьма востребованным, а равенство (7) – ложным.

Данный взгляд на пространство, время и электромагнитное поле в совокупности с применением производной Галилея приводит к новой, транскоординатной формулировке электродинамики [10]. Она обобщает общепринятую формулировку Герца-Хевисайда, что будет рассмотрено ниже.

Математические модели электромагнитного поля

Электромагнитное поле в изотропной однородной среде без дисперсии описывается в лабораторной и субстанциональной системах отсчета своими переменными (напряженность электрического поля $\mathbf{E} = (E^{\alpha})$, $\mathbf{E}' = (E'^{\alpha})$ и магнитная индукция $\mathbf{B} = (B^{\alpha})$, $\mathbf{B}' = (B'^{\alpha})$), постоянными (электрическая ε_0 и магнитная μ_0, а также выражающаяся через них скорость света в вакууме $c=1\big/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$), параметрами (диэлектрическая и магнитная проницаемость ε и μ, а также плотность стороннего электрического заряда ρ, ρ', плотность электрического тока проводимости $\mathbf{j} = (j^{\alpha})$, $\mathbf{j}' = (j'^{\alpha})$, электрический заряд Q, Q', электрический ток I, I'), полевыми функциями $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = (E^{\alpha}(\mathbf{r}, t))$, $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = (B^{\alpha}(\mathbf{r}, t))$, $\mathbf{E}' = \mathbf{E}'(v, \mathbf{r}', t) = (E'^{\alpha}(v, \mathbf{r}', t))$, $\mathbf{B}' = \mathbf{B}'(v, \mathbf{r}', t) = (B'^{\alpha}(v, \mathbf{r}', t))$, причем

$$\mathbf{E}'\left(0,\mathbf{r}',t\right)=\mathbf{E}\left(\mathbf{r}',t\right);\;\; \mathbf{B}'\left(0,\mathbf{r}',t\right)=\mathbf{B}\left(v,\mathbf{r}',t\right). \qquad (8)$$

В классической нерелятивистской электродинамике полагается:

$$\mathbf{E}\left(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t\right)=\mathbf{E}'\left(v,\mathbf{r}',t\right); \\ \mathbf{B}\left(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t\right)=\mathbf{B}'\left(v,\mathbf{r}',t\right), \qquad (9)$$

что является применением общей формулы (3) инвариантности поля относительно скорости движения наблюдателя для случая электромагнитного поля. Предлагаемые нами гиперконтинуальные представления о пространстве и времени [11] выходят за рамки этой концепции, но объясняют природу этой не инвариантности не геометрией единого пространства-времени подобно теории относительности, а фундаментальными свойствами поля.

Интегральная форма уравнений Максвелла в представлении Герца–Хевисайда при указанных выше условиях (изотропия, однородность среды, отсутствие в ней дисперсии) являет собой следующую систему четырех интегральных уравнений электродинамики:

$$\oint_s \mathbf{E}\cdot ds = \mathrm{Q}\big/\left(\varepsilon\varepsilon_0\right);\quad \oint_s \mathbf{B}\cdot ds = 0; \\ \oint_l \mathbf{E}\cdot dl = -\frac{d}{dt}\int_s \mathbf{B}\cdot ds; \\ \frac{c^2}{\varepsilon\mu}\oint_l \mathbf{B}\cdot dl = \frac{\mathrm{I}}{\varepsilon\varepsilon_0}+\frac{d}{dt}\int_s \mathbf{E}\cdot ds, \qquad (10)$$

где s, l – произвольная двумерная замкнутая (для первых двух уравнений) или открытая (для вторых двух уравнений) поверхность и ограничивающий ее замкнутый контур, не обязательно совпадающий с электрическим контуром.

Если на среду наложить еще дополнительное условие отсутствия свободных зарядов и токов, то последние два уравнения (10) примут вид:

$$\oint_l \mathbf{E}\cdot dl = -\frac{d}{dt}\int_s \mathbf{B}\cdot ds,\quad \oint_l \mathbf{B}\cdot dl = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{d}{dt}\int_s \mathbf{E}\cdot ds. \qquad (11)$$

Они представляют собой интегральную форму закона индукции Фарадея и теоремы о циркуляции магнитного поля в лабораторной системе отсчета для данного частного случая среды.

Эти два закона имеют взаимно симметричный вид с точностью до скалярного множителя, в силу чего их анализ идентичен. Рассмотрим более подробно, например, первый закон. В опытах Фарадея экспериментально установлено, что в контуре возникают одинаковые токи независимо от того, движется ли этот контур относительно токонесущего контура или же он покоится, а движется токонесущий контур, лишь бы их относительное движение в обоих случаях было одинаковым (галилеева инвариантность закона Фарадея). Поэтому поток через контур может изменяться вследствие изменения магнитного поля во времени, а также из-за того, что при перемещении контура изменяется положение его границы [15]. Соответствующее обобщение законов (11) на случай контура, движущегося в лабораторной и покоящегося в субстанциональной системе отсчета, имеет вид:

$$\oint_l \mathbf{E}'\cdot dl = -\frac{d}{dt}\int_s \mathbf{B}\cdot ds, \quad \oint_l \mathbf{B}'\cdot dl = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{d}{dt}\int_s \mathbf{E}\cdot ds, \quad (12)$$

где $\mathbf{E}'$ и $\mathbf{B}'$ описывают поля в элементе dl в субстанциональной системе отсчета, то есть в такой инерциальной системе отсчета, в которой dl покоится; именно такое электрическое поле вызывает появление тока в случае наличия реального электрического контура в этом месте. Уравнения (12) весьма интересны и необычны с математической точки зрения, так как они связывают между собой полевые переменные в разных инерциальных системах отсчета (назовем такие уравнения транскоординатными). Именно использование транскоординатных уравнений позволяет адекватно описывать физические поля в гиперконтинууме. При этом в данном случае речь идет не просто о транскоординатности уравнений (12), а об их глобальной транскоординатности, обеспечиваемой использованием галилеевой производной (связываемые ими инерциальные системы отсчета могут двигаться друг относительно друга с произвольной скоростью, а не обязательно бесконечно малой).

Возвращаясь к системе уравнений (10), можно констатировать, что область ее применимости ограничена требованием состояния покоя контура l в лабораторной системе отсчета. Если снять это ограничение, потребовав лишь состояния покоя контура l в субстанциональной системе отсчета, то получится известное представление уравнений Максвелла (мы называем его транскоординатным [10]), интегральная форма которых будет являть собой в нем систему обобщающих (10) четырех интегральных уравнений электродинамики движущихся сред:

$$\oint_s \mathbf{E}\cdot ds = \mathrm{Q}/(\varepsilon\varepsilon_0); \quad \oint_s \mathbf{B}\cdot ds = 0;$$

$$\oint_l \mathbf{E}'\cdot dl = -\frac{d}{dt}\int_s \mathbf{B}\cdot ds; \qquad (13)$$

$$\frac{c^2}{\varepsilon\mu}\oint_l \mathbf{B}'\cdot dl = \frac{\mathrm{I}'}{\varepsilon\varepsilon_0} + \frac{d}{dt}\int_s \mathbf{E}\cdot ds.$$

Если транскоординатное представление уравнений Максвелла (как в рассмотренной интегральной, так и в рассматриваемой ниже дифференциальной формах) интерпретировать в контексте описания электромагнитного поля в пространственно-временном гиперконтинууме, то необходимо считать, что равенства (8) всегда выполняются, а (9) – в общем случае нет.

Уравнения (12) и (13) известны в классической электродинамике [15, 16]. Возникает вопрос, как перейти от уравнений в интегральной форме (12) и (13) к соответствующим уравнениям в дифференциальной форме наиболее адекватным физической реальности образом.

Дифференциальная форма уравнений Максвелла в представлении Герца–Хевисайда являет собой следующую систему четырех соответствующих интегральным уравнениям (10) дифференциальных уравнений электродинамики, относящихся к лабораторной системе отсчета:

$$\nabla\cdot\mathbf{E} = \rho/(\varepsilon\varepsilon_0); \quad \nabla\cdot\mathbf{B} = 0; \quad \nabla\times\mathbf{E} = -\partial\mathbf{B}/\partial t;$$
$$\nabla\times\mathbf{B} = \mu\mu_0\mathbf{j} + (\varepsilon\mu/c^2)(\partial\mathbf{E}/\partial t). \qquad (14)$$

Уравнения (14) традиционно успешно используются в электродинамике, но, как будет показано ниже, имеют существенный недостаток – область их применимости ограничена случаем совпадения лабораторной и субстанциональной систем отсчета ($v = 0$), т.е. эти уравнения лишены математических средств адекватного описания перехода от одной инерциальной системы отсчета к другой, всецело привязывая процесс к одной (лабораторной) системе отсчета.

В [15] на примере закона Фарадея сформулирован следующий подход к переходу от интегральной к дифференциальной форме уравнений электродинамики: «Закон Фарадея можно записать также и в дифференциальной форме, если воспользоваться теоремой Стокса и считать контур покоящимся в выбранной системе отсчета (для того, чтобы **E** и **B** были определены в одной и той же системе отсчета)». Этот подход отвечает концепции инвариантности физического поля относительно скорости движения наблюдателя, предполагая простой отказ от транскоординатности уравнений посредством применения (9). Но, отвергая данную концепцию, нужно отвергнуть и данный подход. Тем самым, дифференциальная форма соответствующих уравнений должна быть такой же транскоординатной, как и интегральная (12), (13).

В соответствии с данным традиционным подходом, в [16] вводится операция дифференцирования по времени в движущейся (субстанциональной) системе отсчета, обозначаемая там через $\partial'/\partial t$. При этом негласно полагается, что в точке пространства, которая в субстанциональной системе отсчета имеет радиус-вектор $\mathbf{r}'$, измерение полевой переменной в лабораторной системе отсчета равносильно ее измерению в той же самой субстанциональной системе отсчета. Но вне концепции инвариантности физического поля относительно скорости движения наблюдателя эти измерения не равносильны. Поэтому измерение нужно ограничивать лабораторной системой отсчета, не перенося его результаты на субстанциональную. Тем самым, мы приходим к производной Галилея (5), оставляющей уравнения электродинамики в дифференциальной форме глобально транскоординатными.

Искомые глобально транскоординатные дифференциальные уравнения электродинамики, соответствующие интегральным уравнениям (12) и использующие галилееву производную:

$$\nabla \times \mathbf{E}' = -\frac{\partial' \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{B}' = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial' \mathbf{E}}{\partial t}. \qquad (15)$$

Они являются обобщением на случай несовпадения лабораторной и субстанциональной систем отсчета ($\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$) известных дифференциальных уравнений Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{B} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \qquad (16)$$

Дифференциальная форма уравнений Максвелла в транскоординатном представлении для случая изотропной, однородной среды без дисперсии являет собой следующую систему четырех новых глобально транскоординатных дифференциальных уравнений электродинамики:

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \frac{\rho(\mathbf{r},t)}{\varepsilon\varepsilon_0}; \quad \nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r},t) = 0; \qquad (17)$$

$$\begin{aligned} &\nabla \times \mathbf{E}'(v,\mathbf{r}',t) = -\frac{\partial' \mathbf{B}}{\partial t}(v,\mathbf{r}',t); \\ &\nabla \times \mathbf{B}'(v,\mathbf{r}',t) = \mu\mu_0 \mathbf{j}'(v,\mathbf{r}',t) + \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial' \mathbf{E}}{\partial t}(v,\mathbf{r}',t), \end{aligned} \qquad (18)$$

где $\partial'\mathbf{E}/\partial t$, $\partial'\mathbf{B}/\partial t$ – производные Галилея полевых функций, выражаемые через частные производные по времени и конвективные производные тех же полевых функций в лабораторной системе отсчета следующими равенствами:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial' \mathbf{E}}{\partial t}(v,\mathbf{r}',t) = \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}' + tv\mathbf{e}_1,t)}{\partial t} + \\ &+(v\mathbf{e}_1 \cdot \nabla)\mathbf{E}(\mathbf{r}' + tv\mathbf{e}_1,t); \end{aligned} \qquad (19)$$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial' \mathbf{B}}{\partial t}(v,\mathbf{r}',t) = \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}' + tv\mathbf{e}_1,t)}{\partial t} + \\ &=(v\mathbf{e}_1 \cdot \nabla)\mathbf{B}(\mathbf{r}' + tv\mathbf{e}_1,t). \end{aligned} \qquad (20)$$

При $v = 0$ (17), (18) переходит в (14).

В частном случае отсутствия свободных зарядов и токов уравнения (17), (18) примут вид:

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r},t) = 0; \quad \nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r},t) = 0; \qquad (21)$$

$$\begin{aligned} &\nabla \times \mathbf{E}'(v,\mathbf{r}',t) = -\frac{\partial' \mathbf{B}}{\partial t}(v,\mathbf{r}',t); \\ &\nabla \times \mathbf{B}'(v,\mathbf{r}',t) = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial' \mathbf{E}}{\partial t}(v,\mathbf{r}',t). \end{aligned} \qquad (22)$$

При $v = 0$ (21), (22) переходит в общеизвестную систему уравнений Максвелла:

$$\begin{aligned} &\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r},t) = 0; \quad \nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r},t) = 0; \\ &\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r},t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r},t)}{\partial t}; \\ &\nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r},t)}{\partial t}. \end{aligned} \qquad (23)$$

Векторным произведением оператора набла на обе части уравнений (16) с их взаимной подстановкой друг в друга получают известные волновые дифференциальные уравнения

$$c^2\nabla^2\mathbf{E} = \varepsilon\mu\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}, \quad c^2\nabla^2\mathbf{B} = \varepsilon\mu\frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2}. \qquad (24)$$

Их недостатком является отсутствие транскоординатности, они справедливы только в случае совпадения лабораторной и субстанциональной систем отсчета ($\mathbf{v} = \mathbf{0}$). Аналогично, т.е. векторным произведением оператора набла на обе части уравнений (15) с их взаимной подстановкой друг в друга, получим новые уравнения электродинамики – глобально транскоординатные волновые дифференциальные уравнения, использующие галилееву производную полевых функций и обобщающие уравнения (24) на случай $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$:

$$c^2\nabla^2\mathbf{E}' = \varepsilon\mu\frac{\partial'^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}, \quad c^2\nabla^2\mathbf{B}' = \varepsilon\mu\frac{\partial'^2 \mathbf{B}}{\partial t^2}. \qquad (25)$$

Исследуем более подробно уравнение вида (25) применительно к произвольным полевым функциям $\Phi(x, t)$ и $\Phi'(v, x', t)$ для случая плоской волны с волновым вектором, коллинеарным вектору $\mathbf{v} = (v, 0, 0)$ и осям OX, $O'X'$, координаты по которым задаются переменными x, x'. В этом случае уравнение оказывается одномерным, а полевые функции – скалярными:

$$\begin{aligned} &c^2\frac{\partial^2}{\partial x'^2}\Phi'(v,x',t) = \varepsilon\mu\frac{\partial'^2\Phi}{\partial t^2}(v,x',t) = \\ &= \varepsilon\mu\frac{d^2}{dt^2}\Phi(x' + vt,t). \end{aligned} \qquad (26)$$

Если взять производную в правой части (26), это уравнение примет вид:

$$\begin{aligned} &\frac{c^2}{\varepsilon\mu}\frac{\partial^2}{\partial x'^2}\Phi'(v,x',t) = \\ &= \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2v\frac{\partial^2}{\partial t\partial x} + v^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\Phi(x' + vt,t) = \\ &= \left(\frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial x}\right)^2\Phi(x' + vt,t). \end{aligned} \qquad (27)$$

При $v = 0$ (26) и (27) вырождается в одномерный вариант волнового уравнения вида (24):

$$c^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Phi(x,t) = \varepsilon\mu\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Phi(x,t). \qquad (28)$$

Любое решение (28) определяется надлежащей суперпозицией монохроматических волн

$$\Phi\left(x,t\right)=A\cos\left(\omega t-k_x x+\varphi\right) \tag{29}$$

с подходящими значениями параметров $A \geq 0$, $\omega > 0$, $k_x \neq 0$, $\varphi \in \mathbb{R}$ – амплитуда, круговая частота, проекция волнового вектора на ось OX и начальная фаза волны. При этом все волны (29) должны иметь одну и ту же фазовую скорость $\omega/k = c/\sqrt{\varepsilon\mu}$, где $k=\left|k_x\right|$ – волновое число. Будем искать функцию $\Phi'(v, x', t)$, удовлетворяющую (26)…(29), тоже в виде монохроматической волны, но с зависящими от v параметрами $A'(v)$, $\omega'(v)$, $k'_x\left(v\right)$, $\varphi'(v)$:

$$\Phi'\left(v,x',t\right)=A'\left(v\right)\cos\left(\omega'\left(v\right)t-k'_x\left(v\right)x'+\varphi'\left(v\right)\right), \tag{30}$$

$\Phi'(0, x', t) = \Phi(x', t)$, $A'(0) = A$, $\omega'(0) = \omega$, $k'_x\left(0\right)=k_x$, $\varphi'(0) = \varphi$. Подставим (29), (30) в (27):

$$\begin{aligned}&c^2 k'^2_x\left(v\right)A'\left(v\right)\cos\left(\omega'\left(v\right)t-k'_x\left(v\right)x'+\varphi'\left(v\right)\right)=\\&=\varepsilon\mu\left(\omega-k_x v\right)^2 A\cos\left(\omega t-k_x\left(x'+vt\right)+\varphi\right).\end{aligned} \tag{31}$$

Приравнивая одноименные параметры волны в левой части (31) и в правой, имеем:

$$\begin{aligned}&A'\left(v\right)=\left(\operatorname{sgn}k_x-\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}v\right)^2 A,\\&\omega'\left(v\right)=\left|\omega-k_x v\right|=\left|1-\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}v\operatorname{sgn}k_x\right|\omega,\end{aligned} \tag{32}$$

$$\begin{aligned}&k'_x\left(v\right)=k_x\operatorname{sgn}\left(\omega-k_x v\right),\quad k'\left(v\right)=\left|k'_x\left(v\right)\right|=k,\\&\varphi'\left(v\right)=\varphi\operatorname{sgn}\left(\omega-k_x v\right),\quad \left|\varphi'\left(v\right)\right|=\left|\varphi\right|.\end{aligned} \tag{33}$$

Таким образом, при переходе от лабораторной к субстанциональной системе отсчета изменяются амплитуда и частота (32) монохроматической волны, а ее волновое число и модуль начальной фазы (33) остаются неизменными. При этом частота изменяется таким образом, что фазовая скорость волны в субстанциональной системе отсчета получается по классическому правилу сложения скоростей из ее фазовой скорости в лабораторной системе отсчета и скорости субстанциональной системы отсчета относительно лабораторной:

$$\begin{aligned}&\omega'\left(v\right)/k'_x\left(v\right)=\omega'\left(v\right)/k_x=\omega/k_x-v,\\&\omega'\left(v\right)/k'\left(v\right)=\left|\omega/k-v\operatorname{sgn}k_x\right|=\left|c/\sqrt{\varepsilon\mu}-v\operatorname{sgn}k_x\right|.\end{aligned} \tag{34}$$

Из (32)…(34) видно, что если вектор фазовой скорости волны в лабораторной системе отсчета совпадает с вектором скорости субстанциональной системы отсчета в ней ($k_x > 0$, $v = \omega/k$), то в субстанциональной системе отсчета волна вообще исчезает ($A'(v) = 0$). Таким образом, в отличие от теории относительности, в теории гиперконтинуума такую волну всегда можно уничтожить подходящим выбором системы отсчета. Если же относительно лабораторной системы отсчета субстанциальная система отсчета перегоняет волну, то при переходе от лабораторной системы отсчета к субстанциональной направление распространения волны меняется на противоположное. Если в лабораторной системе отсчета волна распространяется в положительном направлении, то при переходе в субстанциональную она будет удовлетворять волновому уравнению (35), а если в отрицательном, то уравнению (36):

$$\left(c/\sqrt{\varepsilon\mu}-v\right)^2\partial^2\Phi'\left(v,x',t\right)/\partial x'^2=\partial^2\Phi'\left(v,x',t\right)/\partial t^2; \tag{35}$$

$$\left(c/\sqrt{\varepsilon\mu}+v\right)^2\partial^2\Phi'\left(v,x',t\right)/\partial x'^2=\partial^2\Phi'\left(v,x',t\right)/\partial t^2. \tag{36}$$

Выбор инерциальной системы отсчета на роль лабораторной, вообще говоря, условен. Так, субстанциальную систему отсчета можно в свою очередь принять за лабораторную, а в роли субстанциальной рассматривать некую третью (дважды штрихованную) инерциальную систему отсчета с направленной в ту же сторону, что и OX, $O'X'$, пространственной осью координат $O''X''$, координата по которой задается переменной x''. Пусть, например, точка O'' движется в положительном направлении оси $O'X'$ со скоростью Δv. Волна в новых лабораторной и субстанциональной системах отсчета будет иметь одинаковое волновое число и модуль начальной фазы и будет описываться полевыми функциями $\Phi'(v, x', t)$ и $\Phi'(v+\Delta v, x'', t)$ соответственно. Роль уравнения (28) играет (35) или (36), роль функции волны (29) – функция (30), а роль уравнений (35), (36) – следующие волновые уравнения:

$$\begin{aligned}&\left(c/\sqrt{\varepsilon\mu}-\left(v+\Delta v\right)\right)^2\partial^2\Phi'\left(v+\Delta v,x'',t\right)/\partial x''^2=\\&=\partial^2\Phi'\left(v+\Delta v,x'',t\right)/\partial t^2;\end{aligned} \tag{37}$$

$$\begin{aligned}&\left(c/\sqrt{\varepsilon\mu}+\left(v+\Delta v\right)\right)^2\partial^2\Phi'\left(v+\Delta v,x'',t\right)/\partial x''^2=\\&\partial^2\Phi'\left(v+\Delta v,x'',t\right)/\partial t^2.\end{aligned} \tag{38}$$

Для (37) роль равенств (32), (33) играют следующие преобразования параметров волны:

$$\begin{aligned}&A''\left(v+\Delta v\right)=\left(\operatorname{sgn}k'_x\left(v\right)-\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}\cdot\Delta v}{c-\sqrt{\varepsilon\mu}\cdot v}\right)^2 A'\left(v\right),\\&\omega''\left(v+\Delta v\right)=\left|\omega'\left(v\right)-k'_x\left(v\right)\right|\Delta v,\end{aligned} \tag{39}$$

$$\begin{aligned}&k''_x\left(v+\Delta v\right)=k'_x\left(v\right)\operatorname{sgn}\left(\omega'\left(v\right)-k'_x\left(v\right)\Delta v\right),\\&\varphi''\left(v+\Delta v\right)=\varphi'\left(v\right)\operatorname{sgn}\left(\omega'\left(v\right)-k'_x\left(v\right)\Delta v\right).\end{aligned} \tag{40}$$

Для (38) соответствующие (39), (40) преобразования параметров определяются аналогично.

Последовательный переход от не штрихованной к штрихованной и далее к дважды штрихованной системе отсчета равносилен непосредственному переходу от не штрихованной к дважды штрихованной. Например, при $\operatorname{sgn} k'_x(v) = \operatorname{sgn} k_x = 1$ из (32), (39) можно получить

$$A''(v+\Delta v) = \left(1 - \sqrt{\varepsilon\mu}(v+\Delta v)/c\right)^2 A, \tag{41}$$

что получается и при непосредственном переходе к дважды штрихованной системе отсчета, так как (41) получается из (32) заменой v на $v + \Delta v$. В данном случае роль уравнения (27) играет

$$\left(\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} - v\right)^2 \frac{\partial^2 \Phi'(v+\Delta v, x'', t)}{\partial x''^2} = \frac{\partial^2 \Phi'(v, x''+\Delta vt, t)}{\partial t^2} + \left(2\Delta v \frac{\partial^2}{\partial t \partial x'} + \Delta v^2 \frac{\partial^2}{\partial x'^2}\right)\Phi'(v, x''+\Delta vt, t). \tag{42}$$

Для производных произвольного n-го порядка $\partial^n \Phi'(v+\Delta v, x'', t)/\partial x''^n$ и $\partial^n \Phi'(v, x', t)/\partial x'^n$ можно использовать единое обозначение $\partial^n \Phi'(v+\Delta v, x, t)/\partial x^n$ и $\partial^n \Phi'(v, x, t)/\partial x^n$ соответственно $(n = \overline{1,\infty})$, означающее просто производную по второму аргументу. В соответствии с этим, после подстановки (35) в (42) получим:

$$\left(\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} - v\right)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\Phi'(v+\Delta v, x, t) - \Phi'(v, x+\Delta vt, t)}{\Delta v}\right) = \left(2\frac{\partial^2}{\partial t \partial x} + \Delta v \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\Phi'(v, x+\Delta vt, t). \tag{43}$$

Пусть $\Delta v \to 0$. Введем еще одну новую производную, которую назовем транскоординатной, и которая в случае одномерной системы пространственных координат имеет вид:

$$\frac{\partial' \Phi'(v, x, t)}{\partial' v} = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{\Phi'(v+\Delta v, x, t) - \Phi'(v, x+\Delta vt, t)}{\Delta v}. \tag{44}$$

В определении (44) величины $\Phi'(v, x+\Delta vt, t)$ и $\Phi'(v+\Delta v, x, t)$ описывают физическое поле в одной и той же точке пространства, но в разных системах отсчета (штрихованной и движущейся относительно нее со скоростью Δv дважды штрихованной соответственно). В рамках концепции инвариантности поля относительно скорости движения наблюдателя они равны:

$$\Phi'(v, x+\Delta vt, t) = \Phi'(v+\Delta v, x, t), \tag{45}$$

причем равенства (3) и (45) имеют одинаковый физический смысл, но применительно к разным парам систем отсчета. Однако вне рамок указанной концепции при переходе от штрихованной к дважды штрихованной системе отсчета полевая функция в данной точке пространства испытывает приращение, предел отношения которого к Δv при $\Delta v \to 0$ дает транскоординатную производную (44). Ее можно обобщить на случай высших порядков $(n = \overline{1,\infty})$:

$$\frac{\partial'^1 \Phi'(v, x, t)}{\partial' v^1} = \frac{\partial' \Phi'(v, x, t)}{\partial' v}; \quad \frac{\partial'^{n+1} \Phi'(v, x, t)}{\partial' v^{n+1}} = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{\dfrac{\partial'^n \Phi'(v+\Delta v, x, t)}{\partial' v^n} - \dfrac{\partial'^n \Phi'(v, x+\Delta vt, t)}{\partial' v^n}}{\Delta v}. \tag{46}$$

Используя транскоординатные производные первых двух порядков (46), можно представить приращение полевой функции в виде соответствующей частичной суммы ряда Тейлора:

$$\Phi'(v+\Delta v, x, t) - \Phi'(v, x+\Delta vt, t) \approx \frac{\partial' \Phi'(v, x, t)}{\partial' v}\Delta v + \frac{1}{2}\frac{\partial'^2 \Phi'(v, x, t)}{\partial' v^2}\Delta v^2. \tag{47}$$

Подставляя (47) в (43), приравнивая между собой члены с одинаковыми степенями Δv в левой и правой частях получившегося равенства, устремляя $\Delta v \to 0$, учитывая то, что при этом $\Phi'(v, x+\Delta vt, t) \to \Phi'(v, x, t)$ и добавляя равенство (35) в новой форме записи (с использованием переменной x вместо x', получим следующую систему трех уравнений:

$$\begin{cases} \left(\dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} - v\right)^2 \dfrac{\partial^2 \Phi'(v, x, t)}{\partial x^2} = \dfrac{\partial^2 \Phi'(v, x', t)}{\partial t^2}, \\ \left(\dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} - v\right)^2 \dfrac{\partial \partial' \Phi'(v, x, t)}{\partial x \partial' v} = 2\dfrac{\partial \Phi'(v, x', t)}{\partial t}, \\ \left(\dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} - v\right)^2 \dfrac{\partial'^2 \Phi'(v, x, t)}{\partial' v^2} = 2\Phi'(v, x', t). \end{cases} \tag{48}$$

Систему уравнений (48) можно записать в следующей проиндексированной по α форме:

$$\left(\left(\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}-v\right)^2\frac{\partial^{2-\alpha}\partial'^{\alpha}}{\partial x^{2-\alpha}\partial' v^{\alpha}}-2^{\operatorname{sgn}\alpha}\frac{\partial^{2-\alpha}}{\partial t^{2-\alpha}}\right)\Phi'(v,x',t)=0,\quad \alpha=\overline{0,2}, \tag{49}$$

или в операторной форме

$$\circledcirc\Phi'(v,x',t)=0\,, \tag{50}$$

где $\circledcirc=(\circledcirc^{\alpha})$; $\circledcirc^{\alpha}=\left(\left(\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}-v\right)^2\frac{\partial^{2-\alpha}\partial'^{\alpha}}{\partial x^{2-\alpha}\partial' v^{\alpha}}-2^{\operatorname{sgn}\alpha}\frac{\partial^{2-\alpha}}{\partial t^{2-\alpha}}\right)$ – подходящий вариант одномерного (случай одной оси пространственных координат) дифференциального оператора Дубровина, обобщающего оператор Даламбера $\Box$, который оказывается одной из трех (нулевой) его компонент для лабораторной системы отсчета, т.е. $\alpha = 0$, $v = 0$. Дифференциальное уравнение (49) или (50) есть гиперконтинуальное одномерное однородное волновое уравнение, обобщающее, подобно дифференциальному уравнению (26) или (27), известное одномерное однородное волновое уравнение (28). Принципиальное отличие между ними состоит в том, что (26), (27) является глобально транскоординатной формой гиперконтинуального волнового уравнения, а (49), (50) – его локально транскоординатной формой. Локальная транскоординатность означает, что уравнение связывает инерциальные системы отсчета, движущиеся друг относительно друга с бесконечно малой скоростью.

Транскоординатность гиперконтинуальных волновых уравнений обеспечивается использованием в них подходящих производных полевых функций. А именно, использование производной Галилея сообщает уравнению глобальную транскоординатность, а транскоординатной производной – локальную.

Таким образом, предлагается новый подход к развитию математического аппарата электродинамики в направлении более адекватного описания перехода от одной инерциальной системы отсчета к другой на основе гиперконтинуальных представлений о пространстве и времени за счет введения в рассмотрение глобально и локально транскоординатных уравнений, использующих новые галилееву и транскоординатную производные полевых функций, а также новый дифференциальный оператор Дубровина, обобщающий оператор Даламбера. Этот подход приводит к переформулированию электродинамики с переходом от традиционной формулировки Герца-Хевисайда к новой транскоординатной. При этом сразу возникает вопрос о том, какой вид имеют преобразования электромагнитного поля при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, и будут ли эти преобразования преобразованиями Менде [17].

Конвективные производные полевых функций в (19), (20) можно записать в виде:

$$(v\mathbf{e}_1\cdot\nabla)\mathbf{E}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)=v\big(\nabla\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)\big)\mathbf{e}_1-\nabla\times\big(v\mathbf{e}_1\times\mathbf{E}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)\big); \tag{51}$$

$$(v\mathbf{e}_1\cdot\nabla)\mathbf{B}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)=v\big(\nabla\cdot\mathbf{B}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)\big)\mathbf{e}_1-\nabla\times\big(v\mathbf{e}_1\times\mathbf{B}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)\big). \tag{52}$$

В силу первых двух уравнений (22) с учетом (1), (2) имеем:

$$\nabla\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)=0;\quad \nabla\cdot\mathbf{B}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)=0. \tag{53}$$

Подставив (53) в (51), (52), получим равенства для конвективных производных:

$$(v\mathbf{e}_1\cdot\nabla)\mathbf{E}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)=-\nabla\times\big(v\mathbf{e}_1\times\mathbf{E}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)\big); \tag{54}$$

$$(v\mathbf{e}_1\cdot\nabla)\mathbf{B}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)=-\nabla\times\big(v\mathbf{e}_1\times\mathbf{B}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)\big). \tag{55}$$

После подстановки (54), (55) в (19), (20) имеем другой вид галилеевых производных:

$$\frac{\partial'\mathbf{E}}{\partial t}(v,\mathbf{r}',t)=\frac{\partial\mathbf{E}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)}{\partial t}-\nabla\times\big(v\mathbf{e}_1\times\mathbf{E}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)\big); \tag{56}$$

$$\frac{\partial'\mathbf{B}}{\partial t}(v,\mathbf{r}',t)=\frac{\partial\mathbf{B}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)}{\partial t}-\nabla\times\big(v\mathbf{e}_1\times\mathbf{B}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)\big). \tag{57}$$

Подстановка галилеевых производных (56), (57) в последние два равенства (22) дает:

$$\nabla\times\mathbf{E}'(v,\mathbf{r}',t)=-\partial\mathbf{B}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)/\partial t+\nabla\times\left(v\mathbf{e}_1\times\mathbf{B}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)\right);\tag{58}$$

$$\nabla\times\mathbf{B}'(v,\mathbf{r}',t)=\left(\varepsilon\mu/c^2\right)\left(\partial\mathbf{E}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)/\partial t-\nabla\times\left(v\mathbf{e}_1\times\mathbf{E}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)\right)\right).\tag{59}$$

Подставив последние два уравнения (23) в (58),(59), получим:

$$\nabla\times\mathbf{E}'(v,\mathbf{r}',t)=\nabla\times\mathbf{E}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)+\nabla\times\left(v\mathbf{e}_1\times\mathbf{B}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)\right);\tag{60}$$

$$\nabla\times\mathbf{B}'(v,\mathbf{r}',t)=\nabla\times\mathbf{B}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)-\left(\varepsilon\mu/c^2\right)\nabla\times\left(v\mathbf{e}_1\times\mathbf{E}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)\right).\tag{61}$$

Опустим операцию ротора в обеих частях равенств (60), (61):

$$\mathbf{E}'(v,\mathbf{r}',t)=\mathbf{E}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)+v\mathbf{e}_1\times\mathbf{B}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t);\tag{62}$$

$$\mathbf{B}'(v,\mathbf{r}',t)=\mathbf{B}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)-\left(\varepsilon\mu/c^2\right)\left(v\mathbf{e}_1\times\mathbf{E}(\mathbf{r}'+tv\mathbf{e}_1,t)\right).\tag{63}$$

Кроме штрихованной системы отсчета, движущейся относительно лабораторной со скоростью v введем еще относительно подвижную систему отсчета – дважды штрихованную, движущуюся в том же направлении с другой скоростью $v+\Delta v$ относительно лабораторной. Тем самым, дважды штрихованная система отсчета движется относительно штрихованной со скоростью Δv, так что штрихованную систему отсчета можно принять за новую лабораторную (относительно неподвижную), а дважды штрихованную – за новую субстанциональную.

Равенства (62), (63) для них запишем с учетом замены радиус-вектора $\mathbf{r}'$ на $\mathbf{r}''$:

$$\mathbf{E}'(v+\Delta v,\mathbf{r}'',t)=\mathbf{E}'(v,\mathbf{r}''+t\Delta v\mathbf{e}_1,t)+\Delta v\mathbf{e}_1\times\mathbf{B}'(v,\mathbf{r}''+t\Delta v\mathbf{e}_1,t);\tag{64}$$

$$\mathbf{B}'(v+\Delta v,\mathbf{r}'',t)=\mathbf{B}'(v,\mathbf{r}''+t\Delta v\mathbf{e}_1,t)-\left(\varepsilon\mu/c^2\right)\Delta v\mathbf{e}_1\times\mathbf{E}'(v,\mathbf{r}''+t\Delta v\mathbf{e}_1,t),\tag{65}$$

Запишем равенства (64), (65) в следующем виде:

$$\frac{\mathbf{E}'(v+\Delta v,\mathbf{r}'',t)-\mathbf{E}'(v,\mathbf{r}''+t\Delta v\mathbf{e}_1,t)}{\Delta v}=\mathbf{e}_1\times\mathbf{B}'(v,\mathbf{r}''+t\Delta v\mathbf{e}_1,t);\tag{66}$$

$$\frac{\mathbf{B}'(v+\Delta v,\mathbf{r}'',t)-\mathbf{B}'(v,\mathbf{r}''+t\Delta v\mathbf{e}_1,t)}{\Delta v}=-\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\mathbf{e}_1\times\mathbf{E}'(v,\mathbf{r}''+t\Delta v\mathbf{e}_1,t).\tag{67}$$

В (66), (67) величины $\mathbf{E}'(v,\mathbf{r}''+t\Delta v\mathbf{e}_1,t)$, $\mathbf{B}'(v,\mathbf{r}''+t\Delta v\mathbf{e}_1,t)$ и $\mathbf{E}'(v+\Delta v,\mathbf{r}'',t)$, $\mathbf{B}'(v+\Delta v,\mathbf{r}'',t)$ описывают электромагнитное поле в одной и той же точке пространства (среды), но в разных системах отсчета (штрихованной и дважды штрихованной). В рамках концепции инвариантности поля относительно скорости движения наблюдателя они равны:

$$\begin{aligned}&\mathbf{E}'(v,\mathbf{r}''+t\Delta v\mathbf{e}_1,t)=\mathbf{E}'(v+\Delta v,\mathbf{r}'',t);\\&\mathbf{B}'(v,\mathbf{r}''+t\Delta v\mathbf{e}_1,t)=\mathbf{B}'(v+\Delta v,\mathbf{r}'',t).\end{aligned}\tag{68}$$

причем равенства (9) и (68) имеют одинаковый физический смысл, но применительно к разным парам систем отсчета. Однако вне рамок указанной концепции при переходе от штрихованной к дважды штрихованной системе отсчета полевая функция в данной точке пространства испытывает приращение, предел отношения которого к Δv при $\Delta v\to 0$ дает впервые введенную в [10] транскоординатную производную полевой функции:

$$\frac{\partial'\mathbf{E}'(v,\mathbf{r}'',t)}{\partial' v}=\lim_{\Delta v\to 0}\frac{\mathbf{E}'(v+\Delta v,\mathbf{r}'',t)-\mathbf{E}'(v,\mathbf{r}''+t\Delta v\mathbf{e}_1,t)}{\Delta v};\tag{69}$$

$$\frac{\partial'\mathbf{B}'(v,\mathbf{r}'',t)}{\partial' v}=\lim_{\Delta v\to 0}\frac{\mathbf{B}'(v+\Delta v,\mathbf{r}'',t)-\mathbf{B}'(v,\mathbf{r}''+t\Delta v\mathbf{e}_1,t)}{\Delta v}.\tag{70}$$

Равенства (66), (67) при $\Delta v\to 0$ с учетом (69), (70) после замены $\mathbf{r}''$ на $\mathbf{r}$ принимают вид:

$$\frac{\partial' \mathbf{E}'(v,\mathbf{r}',t)}{\partial' v} = \mathbf{e}_1 \times \mathbf{B}'(v,\mathbf{r}',t);$$
$$\frac{\partial' \mathbf{B}'(v,\mathbf{r}',t)}{\partial' v} = -\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\mathbf{e}_1 \times \mathbf{E}'(v,\mathbf{r}',t). \qquad (71)$$

Если уравнения (22) являются глобально транскоординатными дифференциальными уравнениями электродинамики для случая изотропной однородной среды без дисперсии в отсутствии свободных зарядов и токов, то уравнения (71) представляют собой локально транскоординатные дифференциальные уравнения электродинамики для того же самого случая. Локальность транскоординатности, обеспечиваемая использованием транскоординатной производной, означает, что связываемые дифференциальными уравнениями инерциальные системы отсчета (условно говоря, штрихованная и дважды штрихованная) движутся друг относительно друга с бесконечно малой скоростью Δv. Уравнения (71) образуют систему, решая которую, можно получить преобразования электромагнитного поля при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую.

Применим систему уравнений (71) для получения преобразований электромагнитного поля при переходе от лабораторной системы отсчета к субстанциональной.

Опуская аргументы функций, запишем векторные произведения в (71) в виде:

$$\mathbf{e}_1 \times \mathbf{B}' = \mathbf{e}_1 \times \left(B'^1\mathbf{e}_1 + B'^2\mathbf{e}_2 + B'^3\mathbf{e}_3\right) = B'^2\mathbf{e}_3 - B'^3\mathbf{e}_2; \qquad (72)$$

$$\mathbf{e}_1 \times \mathbf{E}' = \mathbf{e}_1 \times \left(E'^1\mathbf{e}_1 + E'^2\mathbf{e}_2 + E'^3\mathbf{e}_3\right) = E'^2\mathbf{e}_3 - E'^3\mathbf{e}_2. \qquad (73)$$

С учетом (72), (73) система уравнений (71) разбивается на две независимые системы из двух уравнений каждая и еще два независимых уравнения:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial' E'^2}{\partial' v} = -B'^3, \\ \dfrac{\partial' B'^3}{\partial' v} = -\dfrac{\varepsilon\mu}{c^2}E'^2; \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{\partial' E'^3}{\partial' v} = B'^2, \\ \dfrac{\partial' B'^2}{\partial' v} = \dfrac{\varepsilon\mu}{c^2}E'^3; \end{cases} \qquad (74)$$
$$\frac{\partial' E'^1}{\partial' v} = 0; \quad \frac{\partial' B'^1}{\partial' v} = 0.$$

Продифференцируем первые уравнения систем (74) и подставим их во вторые:

$$\frac{\partial'^2 E'^2}{\partial' v^2} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}E'^2; \quad \frac{\partial'^2 E'^3}{\partial' v^2} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}E'^3;$$
$$\frac{\partial'^2 B'^2}{\partial' v^2} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}B'^2; \quad \frac{\partial'^2 B'^3}{\partial' v^2} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}B'^3. \qquad (75)$$

Общее решение уравнений (75) выражается через произвольные постоянные $C_1,\ldots,C_{10}$:

$$E'^1 = C_1; \quad E'^2 = C_2\cosh\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}v}{c} + C_3\sinh\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}v}{c};$$
$$E'^3 = C_4\cosh\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}v}{c} + C_5\sinh\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}v}{c}; \qquad (76)$$

$$B'^1 = C_6; \quad B'^2 = C_7\cosh\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}v}{c} + C_8\sinh\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}v}{c};$$
$$B'^3 = C_9\cosh\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}v}{c} + C_{10}\sinh\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}v}{c}. \qquad (77)$$

Так как мы ищем преобразования электромагнитного поля при переходе от лабораторной системы отсчета, то искомые частные решения уравнений (75) должны при $v = 0$ описывать электромагнитное поле в лабораторной системе отсчета, т.е. удовлетворять равенствам (8) и (74), а, значит, следующей совокупности равенств:

$$E'^1(0,\mathbf{r}',t) = E^1(\mathbf{r}',t); \quad E'^2(0,\mathbf{r}',t) = E^2(\mathbf{r}',t);$$
$$E'^3(0,\mathbf{r}',t) = E^3(\mathbf{r}',t); \qquad (78)$$

$$B'^1(0,\mathbf{r}',t) = B^1(\mathbf{r}',t); \quad B'^2(0,\mathbf{r}',t) = B^2(\mathbf{r}',t);$$
$$B'^3(0,\mathbf{r}',t) = B^3(\mathbf{r}',t); \qquad (79)$$

$$\frac{\partial' E'^2(0,\mathbf{r}',t)}{\partial' v} = -B^3(\mathbf{r}',t);$$
$$\frac{\partial' E'^3(0,\mathbf{r}',t)}{\partial' v} = B^2(\mathbf{r}',t); \qquad (80)$$

$$\frac{\partial' B'^2(0,\mathbf{r}',t)}{\partial' v} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}E^3(\mathbf{r}',t);$$
$$\frac{\partial' B'^3(0,\mathbf{r}',t)}{\partial' v} = -\frac{\varepsilon\mu}{c^2}E^2(\mathbf{r}',t). \qquad (81)$$

Подстановкой (76), (77) в (78), (81) найдем значения постоянных $C_1,\ldots,C_{10}$, в результате чего после подстановки этих постоянных в (76), (77) получим окончательное выражение в компонентной форме для искомых преобразований электромагнитного поля при переходе от лабораторной системы отсчета к субстанциональной:

$$E'^1(v,\mathbf{r}',t) = E^1(\mathbf{r}',t); \quad B'^1(v,\mathbf{r}',t) = B^1(\mathbf{r}',t); \qquad (82)$$

$$E'^2(v,\mathbf{r}',t) = E^2(\mathbf{r}',t)\cosh\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}v}{c} -$$
$$-\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}B^3(\mathbf{r}',t)\sinh\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}v}{c}; \qquad (83)$$

$$E'^3(v,\mathbf{r}',t) = E^3(\mathbf{r}',t)\cosh\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}v}{c} +$$
$$+\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}B^2(\mathbf{r}',t)\sinh\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}v}{c}; \qquad (84)$$

$$B'^2(v,\mathbf{r}',t) = B^2(\mathbf{r}',t)\cosh\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}v}{c} + \\ +\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}E^3(\mathbf{r}',t)\sinh\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}v}{c}; \tag{85}$$

$$B'^3(v,\mathbf{r}',t) = B^3(\mathbf{r}',t)\cosh\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}v}{c} - \\ -\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}E^2(\mathbf{r}',t)\sinh\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}v}{c}. \tag{86}$$

В векторной форме те же самые преобразования имеют следующий вид:

$$\mathbf{E}'_\perp(v,\mathbf{r}',t) = \mathbf{E}_\perp(\mathbf{r}',t)\cosh\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}v}{c} + \\ +\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\mathbf{e}_1\times\mathbf{B}(\mathbf{r}',t)\sinh\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}v}{c}; \tag{87}$$

$$\mathbf{B}'_\perp(v,\mathbf{r}',t) = \mathbf{B}_\perp(\mathbf{r}',t)\cosh\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}v}{c} - \\ -\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}\mathbf{e}_1\times\mathbf{E}(\mathbf{r}',t)\sinh\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}v}{c}. \tag{88}$$

Легко видеть, что преобразования (82)...(88) есть известные преобразования Менде.

Заключение

Таким образом, преобразования Менде получают достаточное теоретическое обоснование в рамках транскоординатной формулировки электродинамики, связанной с гиперконтинуальными представлениями о пространстве и времени, а также с концепцией не инвариантности электрического заряда относительно скорости движения наблюдателя. Наряду с представленным в [9] прямым экспериментальным подтверждением концепции не инвариантности электрического заряда, это является убедительным свидетельством их большей адекватности физической реальности по сравнению не только с классическими, но и с релятивистскими преобразованиями электромагнитного поля, а также убедительным свидетельством оправданности перевода электродинамики с традиционной формулировки Герца–Хевисайда на транскоординатную. Последовательное развитие транскоординатной электродинамики способно не только вывести на новый качественный уровень представления о пространстве и времени, но и открыть принципиально новые горизонты развития техники и технологий за счет открытия и освоения новых физических явлений и эффектов.

Благодарности

Авторы выражают большую благодарность профессору Анри Амвросьевичу Рухадзе за обсуждение концепции зависимости электрического заряда от скорости, которое способствовало улучшению научных результатов статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ (REFERENCES)

1. Максвелл Дж.К. *Избранные сочинения по теории электрического поля.* М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1954 [Maxwell J.C. *Selected works on the theory of the electric field.* Moscow: State publishing technical and theoretical literature, 1954].
2. Логунов А.А. *Лекции по теории относительности и гравитации: Современный анализ проблемы.* М.: Наука, 1987. 272 с. [Logunov A.A. *Lectures on the theory of relativity and gravitation: a modern analysis of the problem.* Moscow: Nauka, 1987. 272 p.] (in Russian).
3. Kocik J. *Relativistic observer and Maxwell's equations: an example of a non-principal Ehresmann connection.* Preprint P-98-10-029, Department of Physics, UIUC, Urbana, IL61801, 1998.
4. Босс В. *Уравнения математической физики.* М.: ЛИБРОКОМ, 2009. 224 с. [Boss V. *Mathematical physics equations.* Moscow: LIBROKOM, 2009. 224 p.] (in Russian).
5. Дубровин А.С. От эталонной модели защищенной автоматизированной системы к общей теории пространства-времени // *Вестник Воронежского института высоких технологий.* 2010. № 7. С. 37…41 [Dubrovin A.S. From the protected system standard model to the common space-time theory. *Proceedings of Voronezh Institute of High Technologies.* 2010. No. 7. Pp. 37…41] (in Russian).
6. Дубровин А.С., Скрыпников А.В., Лютова Т.В., Чернышова Е.В., Глазкова Е.В. Создание эталонной модели защищенной автоматизированной системы в контексте смены естественнонаучных парадигм // *Современные проблемы науки и образования.* 2015. № 1 [Dubrovin A.S., Skrypnikov A.V., Lyutova T.V., Chernyshova E.V., Glazkova E.V. Protected system standard model creation in the context of natural science paradigm shift. *Modern problems of science and education*. 2015. No. 1] URL: www.science-education.ru/121-18620.
7. Дубровин А.С., Хабибулина С.Ю. Пространство-время и информатика: от критики континуума до критики принципа геометризации // *Фундаментальные исследования.* 2014. № 6. Часть 4. С. 714…718 [Dubrovin A.S., Khabibulina S. Yu. Space-time and the information science: from criticism of the continuum to criticism of the geometrization principle. *The Fundamental Researches*. 2014. No. 6. Part 4. Pp. 714…718] (in Russian).
8. Менде Ф.Ф. *К вопросу об уточнении уравнений электромагнитной индукции.* Харьков, депонирована в ВИНИТИ, № 774-В88 Деп., 1988.

33 с. [Mende F.F. *On the question of the origin of the secondary electric fields while flowing through superconductors direct currents.* Kharkiv, 1988. 33 p. Number 774-B88 Dep. VINITI] (in Russian).
9. Mende F.F. Mechanical and Thermal Electrization Metal, Dielectrics and Plasma. *International Journal of Modern Physics and Application.* 2015. Vol. 2. № 6. Pp. 73…99.
10. Дубровин А.С. Транскоординатная электродинамика в пространственно-временном гиперконтинууме // *Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований.* 2015. № 12. С. 34…41 [Dubrovin A.S. Transcoordinate electrodynamics in the space-time hypercontinuum. *International Journal of Applied and Fundamental Research*. 2015. No. 12. Pp. 34…41] (in Russian).
11. Дубровин А.С. Алгебраические свойства функций одномерных синусоидальных волн и пространство-время // *Вестник Воронежского государственного университета. Сер. Физика. Математика.* 2013. № 1. С. 5…19 [Dubrovin A.S. Algebraic properties of the functions of the one-dimensional sine waves and the space-time. *Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics.* 2013. No. 1. Pp. 5…19] (in Russian).
12. Дубровин А.С., Скрыпников А.В., Лютова Т.В., Глазкова Е.В., Чернышова Е.В. Общенаучные итоги создания эталонной модели защищенной автоматизированной системы // *Фундаментальные исследования.* 2015. № 2. Часть 15. С. 3247…3251 [Dubrovin A.S., Skrypnikov A.V., Lyutova T.V., Glazkova E.V., Chernyshova E.V. General scientific results of protected system standard model creation. *The Fundamental Researches.* 2015. No. 2. Part 15. Pp. 3247…3251] (in Russian).
13. Dubrovin A.S. Application of the principle of hierarchy in computer science to representations about space-time in the theoretical physics. *International Journal Of Applied And Fundamental Research*. 2014. № 1.URL: www.science-sd.com/456-24490.
14. Дубровин А.С. *Модели и методы комплексного обеспечения надежности информационных процессов в системах критического применения:* дис. … докт. техн. наук. Воронеж, 2011. 433 с. [Dubrovin A.S. *Models and methods of information processes reliability complex maintenance in critical application systems*: dissertation for the degree of Doctor of Technical Sciences. Voronezh, VSU Publ., 2011. 433 p.] (in Russian).
15. Джексон Дж. *Классическая электродинамика.* М.: Мир, 1965. 703 с. [Jackson J. Classical electrodynamics. Moscow: Publishing House «Mir», 1965. 703 p.] (in Russian).
16. Шимони К. *Теоретическая электротехника.* М.: Мир, 1964. 775 с. [Shimoni K. *Theoretical electrical Engineering.* Moscow: Publishing House «Mir», 1964. 775 p.] (in Russian).
17. Дубровин А.С. Преобразования Менде в транскоординатной электродинамике // *Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований.* 2015. № 12. С. 1006…1012 [Dubrovin A.S. Mende transformations in the transcoordinate electrodynamics. *International Journal of Applied and Fundamental Research.* 2015. No. 12. Pp. 1006…1012] (in Russian).

Сведения об авторах

Дубровин Анатолий Станиславович, *доктор техн. наук, акад. Российской Академии Естествознания, профессор факультета внебюджетного образования, закреплённый за кафедрой информационной безопасности телекоммуникационных систем ФКОУ ВО Воронежский институт ФСИН России*
394072, г. Воронеж, Российская Федерация, ул. Иркутская 1-а
E-mail: asd_kiziltash@mail.ru
Менде Федор Федорович, *доктор техн. наук, директор*
E-mail: fmende@mail.ru
НИИ Криогенного приборостроения Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
61103, Украина, Харьков, пр. Ленина, 47

Information about authors

Dubrovin Anatoliy S., *Doctor of Techn. Sciences, Professor*
FKOU VPO Voronezh Institute of Russian Federal Penitentiary Service
394072, Voronezh, Russian Federation, Irkutskaya str., 1-a
E-mail: asd_kiziltash@mail.ru
Mende Fedor F., *Doctor of Techn. Sciences, Director*
E-mail: fmende@mail.ru
Research institute for cryogenic instrument engineering B.I. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering NAS Ukraine
61103, Kharkov, Ukraine, Lenin Ave., 47