Существует ли дисперсия диэлектрической и магнитной проницаемости материальных сред?

Ф. Ф. Менде

1. Введение

Всем хорошо известно такое явление как радуга. Любому специалисту по электродинамике ясно, что возникновение радуги связано с зависимостью от частоты фазовой скорости электромагнитных волн, проходящих через капли дождя. Поскольку вода является диэлектриком, то при объяснении этого явления Дж. Хевисайд и Р. Вул предположили, что такая дисперсия связана с частотной дисперсией (зависимостью от частоты) диэлектрической проницаемости воды. С тех пор эта точка зрения является господствующей [1-6].

Однако сам создатель основных уравнений электродинамики Максвелл считал, что эти параметры от частоты не зависят, а являются фундаментальными константами. Как родилась идея дисперсии диэлектрической и магнитной проницаемости, и какой путь она прошла, красочно характеризует цитата из монографии хорошо известных специалистов в области физики плазмы [1]: «Сам Дж. Максвелл при формулировке уравнений электродинамики материальных сред считал, что диэлектрическая и магнитная проницаемости являются постоянными величинами (по этой причине они длительное время считались постоянными величинами). Значительно позже, уже в начале этого столетия при объяснении оптических дисперсионных явлений (в частности явления радуги) Дж. Хевисайд и Р. Вул показали, что диэлектрическая и магнитная проницаемости являются функциями частоты. А совсем недавно, в середине 50-х годов, физики пришли к выводу, что эти величины зависят не только от частоты, но и от волнового вектора. По сути, это была радикальная ломка существующих представлений. Насколько серьезной она была, характеризует случай, который произошел на семинаре Л. Д. Ландау в 1954 г. Во время доклада А. И. Ахиезера на эту тему Ландау вдруг воскликнул, перебив докладчика: ”Это бред, поскольку показатель преломления не может быть функцией показателя преломления”. Заметьте, что это сказал Л. Д. Ландау – один из выдающихся физиков нашего времени» (конец цитаты).

Из приведенной цитаты непонятно, что именно имел в виду Ландау. Однако последующие его публикации говорят о том, что он эту концепцию принял [2].

Сразу, забегая вперед, следует заметить, что прав был Максвелл, который считал, что диэлектрическая и магнитная проницаемость материальных сред от частоты не зависят. В ряде же фундаментальных работ по электродинамике [2-6] допущены концептуальные, методические и физические ошибки, в результате которых в физику проникли и прочно в ней закрепились такие метафизические понятия как частотная дисперсия диэлектрической проницаемости материальных сред и, в частности, плазмы. Распространение этой концепции на диэлектрики привело к тому, что все начали считать, что и диэлектрическая проницаемость диэлектриков тоже зависит от частоты. Эти физические заблуждения проникли во все сферы физики и техники. Они настолько прочно укоренились в сознании специалистов, что многие до сих пор не могут поверить в то, что диэлектрическая проницаемость плазмы равна диэлектрической проницаемости вакуума, а дисперсия диэлектрической проницаемости диэлектриков отсутствует. Имеется громадное количество публикаций, начиная с таких известных учёных, как Друде, Вулл, Хевисайд, Ландау, Гинзбург, Ахиезер, Тамм [1-6], и заканчивая БСЭ, где говорится, что диэлектрическая проницаемость плазмы и диэлектриков зависит от частоты. Это есть методическая и физическая ошибка. И она стала возможной по той причине, что без должного понимания физики происходящих процессов произошла подмена физических понятий математическими символами, которым были присвоены физические, а вернее метафизические, наименования, не соответствующие их физическому смыслу. А если рассматривать чисто математическую точку зрения, то Ландау, а вслед за ним и другие авторы перепутали интеграл и производную гармонической функции, поскольку забыли, что производная и интеграл в этом случае имеют одинаковый вид, а отличаются только знаками.

2. Плазмоподобные среды

Под бездиссипативными плазмоподобными средами будем понимать такие, в которых заряды могут двигаться без потерь. К таким средам в первом приближении могут быть отнесены сверхпроводники, свободные электроны или ионы в вакууме (в дальнейшем проводники). Для электронов в указанных средах в отсутствии магнитного поля уравнение движения имеет вид:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E}, \tag{2.1}$$

где m и e – масса и заряд электрона, $\vec{E}$ – напряженность электрического поля, $\vec{v}$ – скорость движения заряда.

В работе [6] показано, что это уравнение может быть использовано и для описания движения электронов в горячей плазме. Поэтому оно может быть распространено и на этот случай. Используя выражение для плотности тока

$$\vec{j} = ne\vec{v}, \tag{2.2}$$

из (2.1) получаем плотность тока проводимости

$$\vec{j}_L = \frac{ne^2}{m} \int \vec{E}\, dt \ . \tag{2.3}$$

В соотношении (2.2) и (2.3) величина n представляет плотность электронов. Введя обозначение

$$L_k = \frac{m}{ne^2} \ , \tag{2.4}$$

находим

$$\vec{j}_L = \frac{1}{L_k} \int \vec{E}\, dt \ . \tag{2.5}$$

В данном случае величина L_k представляет удельную кинетическую индуктивность носителей заряда [7-11]. Ее существование связано с тем, что заряд, имея массу, обладает инерционными свойствами. Для случая гармонических полей $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin \omega t$ соотношение (2.5) запишется:

$$\vec{j}_L = -\frac{1}{\omega L_k} \vec{E}_0 \cos \omega t \ . \tag{2.6}$$

Здесь и далее для математического описания электродинамических процессов будут в большинстве случаев, вместо комплексных величин, использоваться тригонометрические функции с тем, чтобы были хорошо видны фазовые соотношения между векторами, представляющими электрические поля и плотности токов.

Из соотношения (2.5) и (2.6) видно, что $\vec{j}_L$ представляет индуктивный ток, т.к. его фаза запаздывает по отношению к напряжённости электрического поля на угол $\frac{\pi}{2}$.

Если заряды находятся в вакууме, то при нахождении суммарного тока нужно учитывать и ток смещения

$$\vec{j}_\varepsilon = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \varepsilon_0 \vec{E}_0 \cos \omega t .$$

Видно, что этот ток носит ёмкостной характер, т.к. его фаза на $\frac{\pi}{2}$ опережает фазу напряжённости электрического поля. Таким образом, суммарная плотность тока составит [8-10]:

$$\vec{j}_\Sigma = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{L_k} \int \vec{E}\, dt ,$$

или

$$\vec{j}_\Sigma = \left(\omega\varepsilon_0 - \frac{1}{\omega L_k} \right) \vec{E}_0 \cos \omega t . \qquad (2.7)$$

Если электроны находятся в материальной среде, то следует ещё учитывать и наличие положительно заряженных ионов. Однако при рассмотрении свойств таких сред в быстропеременных полях, в связи с тем, что масса ионов значительно больше массы электронов, их наличие обычно не учитывается.

В соотношении (2.7) величина, стоящая в скобках, представляет суммарную реактивную проводимость данной среды σ_Σ и состоит, в свою очередь, из емкостной σ_C и индуктивной σ_L проводимости

$$\sigma_\Sigma = \sigma_C + \sigma_L = \omega\varepsilon_0 - \frac{1}{\omega L_k}.$$

Соотношение (2.7) можно переписать и по-другому:

$$\vec{j}_\Sigma = \omega\varepsilon_0\left(1-\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)\ \vec{E}_0 \cos\omega t\,,$$

где $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{1}{L_k \varepsilon_0}}$ - плазменная частота.

И здесь возникает большой соблазн назвать величину

$$\varepsilon*(\omega) = \varepsilon_0\left(1-\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right) = \varepsilon_0 - \frac{1}{\omega^2 L_k},$$

зависящей от частоты диэлектрической проницаемостью плазмы, что и сделано во всех существующих работах по физике плазмы. Но это неправильно, т.к. данный математический символ является сборным параметром, в который одновременно входит диэлектрическая проницаемость вакуума и удельная кинетическая индуктивность зарядов. Из предыдущего рассмотрения ясно, что параметр $\varepsilon*(\omega)$ даёт возможность в одном коэффициенте объединить и производную и интеграл гармонической функции, поскольку они отличаются только знаками и таким образом создаётся впечатление, что диэлектрическая проницаемость плазмы зависит от частоты. Следует отметить, что подобная ошибка совершена и такими известными физиками, как Ахиезер, Тамм, Гинзбург [3-5].

Это случилось ещё и потому, что, начиная рассматривать этот вопрос, Ландау ввёл определения диэлектрической проницаемости только для статических полей, но не ввёл такого лопределения для переменных полей. Введём такое определение.

Если рассмотреть любую среду, в том числе и плазму, то переменная плотность токов (в дальнейшем будем сокращённо говорить просто ток) будет определяться тремя составляющими, зависящими от электрического поля. Ток резистивных потерь будет синфазен электрическому полю. Ёмкостной ток, определяемый первой производной электрического поля по времени, будет опережать напряженность электрического поля по фазе на $\frac{\pi}{2}$. Этот ток называется током смещения. Ток проводимости, определяемый интегралом от электрического поля по времени, будет отставать от электрического поля по фазе на $\frac{\pi}{2}$. Все три указанные составляющие тока и будут входить во второе уравнение Максвелла и других составляющих токов быть не может. Причём все эти три составляющие токов будут присутствовать в любых немагнитных средах, в которых имеются тепловые потери. Поэтому вполне естественно, диэлектрическую проницаемость любой среды определить как коэффициент, стоящий перед тем членом, который определяется производной электрического поля по времени во втором уравнении Максвелла. При этом следует учесть, что диэлектрическая проницаемость не может быть отрицательной величиной. Это связано с тем, что через этот параметр определяется энергия электрических полей, которая может быть только положительной.

Не введя такого чёткого определения диэлектрической проницаемости, Ландау и начинает рассмотрение поведения плазмы в переменных электрических полях. При этом он не выписывает отдельно ток смещения и ток проводимости, один из которых определяется производной, а другой интегралом, а записывает их через единый коэффициент. Делает он это по той причине, что в случае гармонических колебаний вид функций, определяющих и производную и интеграл, одинаков, а отличаются эти функции лишь знаком. Производя такую операцию, Ландау не понимает, что в случае гармонических электрических полей в плазме существуют два различных тока, один из которых является током смещения, и определяется диэлектрической проницаемостью вакуума и производной от электрического поля. Другой ток является током проводимости и определяется удельной кинетической индуктивностью и интегралом от электрического поля. Причём эти два тока противофазны. А поскольку оба тока зависят от частоты, причём один из них зависит от частоты линейно, а другой обратно пропорционально частоте, то между ними имеет место конкуренция. При низких частотах преобладает ток проводимости, при высоких, наоборот, преобладает ток смещения. В случае же равенства этих токов, что имеет место на плазменной частоте, имеет место резонанс токов.

Подчеркнём, что с математической точки зрения, так как поступил Ландау, поступать можно, но при этом теряется постоянная интегрирования, которая необходима для учёта начальных условий при решении интегродифференциального уравнения, определяющего плотность тока в среде.

Очевидность допущенной ошибки видна и на другом примере.

Соотношение (2.7) можно переписать ещё и так:

$$\vec{j}_{\Sigma} = -\frac{\left(\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1\right)}{\omega L}\ \vec{E}_0 \cos \omega t$$

и ввести другой математический символ

$$L^*(\omega) = \frac{L_k}{\left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1\right)} = \frac{L_k}{\omega^2 L_k \varepsilon_0 - 1} \ .$$

В данном случае также возникает соблазн назвать эту величину зависящей от частоты кинетической индуктивностью.

Таким образом, можно записать:

$$\vec{j}_\Sigma = \omega\varepsilon^*(\omega) \ \vec{E}_0 \cos\omega t,$$

или

$$\vec{j}_\Sigma = -\frac{1}{\omega L^*(\omega)} \ \vec{E}_0 \cos\omega t \ .$$

Но это всего лишь символическая математическая запись одного и того же соотношения (2.7). Оба уравнения эквивалентны. Но с физической точки зрения ни $\varepsilon^*(\omega)$, ни $L^*(\omega)$ диэлектрической проницаемостью или индуктивностью не являются. Физический смысл их названий заключается в следующем:

$$\varepsilon^*(\omega) = \frac{\sigma_X}{\omega} \ ,$$

т.е. $\varepsilon^*(\omega)$ представляет суммарную реактивную проводимость среды, деленную на частоту, а

$$L_k{}^*(\omega) = \frac{1}{\omega\sigma_X}$$

представляет обратную величину произведения частоты и реактивной проводимости среды.

Как нужно поступать, если в нашем распоряжении имеются величины $\varepsilon^*(\omega)$ и $L^*(\omega)$, а нам необходимо вычислить удельную энергию. Естественно подставлять эти величины в формулы, определяющие энергию электрических полей

$$W_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2$$

и кинетическую энергию носителей зарядов

$$W_j = \frac{1}{2} L_k j_0^2, \tag{2.8}$$

нельзя просто потому, что эти параметры не являются ни диэлектрической проницаемостью, ни индуктивностью. Нетрудно показать, что в этом случае полная удельная энергия может быть получена из соотношения

$$W_\Sigma = \frac{1}{2} \cdot \frac{d\left(\omega\varepsilon^*(\omega)\right)}{d\omega} E_0^2, \tag{2.9}$$

откуда получаем

$$W_\Sigma = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2 + \frac{1}{2}\ \frac{1}{\omega^2 L_k}\ E_0^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2 + \frac{1}{2} L_k j_0^2\ .$$

Тот же результат получим, воспользовавшись формулой

$$W = \frac{1}{2}\ \frac{d\left[\dfrac{1}{\omega L_k^*(\omega)}\right]}{d\omega}\ E_0^2 .$$

Приведенные соотношения показывают, что удельная энергия состоит из потенциальной энергии электрических полей и кинетической энергии носителей зарядов.

При рассмотрении любых сред нашей конечной задачей является нахождение волнового уравнения. В данном случае эта задача уже практически решена. Уравнения Максвелла для рассмотренного случая имеют вид:

$$rot\ \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t},$$

$$rot\ \vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{L_k}\int \vec{E}\, dt, \qquad (2.10)$$

где ε_0 и μ_0 – диэлектрическая и магнитная проницаемость вакуума.

Система уравнений (2.10) полностью описывает все свойства бездиссипативных проводников. Из неё получаем

$$rot\ rot\ \vec{H} + \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} + \frac{\mu_0}{L_k}\vec{H} = 0 \qquad (2.11)$$

Для случая полей, не зависящих от времени, уравнение (2.11) переходит в уравнение Лондонов [12]

$$rot\ rot\ \vec{H} + \frac{\mu_0}{L_k}\vec{H} = 0\ ,$$

где $\lambda_L{}^2 = \frac{L_k}{\mu_0}$ – лондоновская глубина проникновения.

Таким образом, можно заключить, что уравнения Лондонов являясь частным случаем уравнения (2.11), и не учитывают токов смещения в среде. Поэтому они не дают возможности получить волновые уравнения, описывающие процессы распространения электромагнитных волн в идеальных проводниках.

Для электрических полей волновое уравнение в этом случае выглядит следующим образом:

$$rot\ rot\ \vec{E} + \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \frac{\mu_0}{L_k}\vec{E} = 0.$$

Для постоянных электрических полей можно записать

$$rot\ rot\ \vec{E} + \frac{\mu_0}{L_k}\vec{E} = 0.$$

Следовательно, постоянные электрические поля проникают в сверхпроводник таким же образом, как и магнитные, убывая по экспоненциальному закону. Плотность же тока при этом растёт по линейному закону

$$\vec{j}_L = \frac{1}{L_k}\int \vec{E}\ dt\ .$$

Проведенное рассмотрение показало, что диэлектрическая проницаемость данной среды равна диэлектрической проницаемости вакуума и эта проницаемость от частоты не зависит. Этому параметру обязано накопление в среде потенциальной энергии. Кроме того, такую среду характеризует ещё и кинетическая индуктивность носителей зарядов и этот параметр ответственен за накопление кинетической энергии.

Таким образом, получены все необходимые данные, характеризующие процесс распространения электромагнитных волн в рассмотренных проводящих средах. Однако в отличие от общепринятой методики [2-4] при таком рассмотрении нигде не вводился вектор поляризации, а в основу рассмотрения положено уравнение движения и при этом во втором уравнении Максвелла выписываются все составляющие плотностей токов в явном виде.

В радиотехнике существует простой метод представления радиотехнических элементов и материальных сред при помощи эквивалентных схем. Этот метод является очень наглядным и даёт возможность представлять в виде таких схем элементы, как с сосредоточенными, так и с распределёнными параметрами. Использование этого метода позволит нам лучше понять, почему были допущены такие существенные физические ошибки при введении понятия зависящей от частоты диэлектрическая проницаемость.

Чтобы показать, что единичный объём проводника или плазмы по своим электродинамическим характеристикам эквивалентен параллельному резонансному контуру с сосредоточенными параметрами, рассмотрим параллельный резонансный контур, когда емкость C и индуктивность L включены параллельно. Связь между напряжением U, приложенным к контуру, и суммарным током I_Σ, текущем через такую цепь, имеет вид

$$I_\Sigma = I_C + I_L = C\frac{dU}{dt} + \frac{1}{L}\int U\ dt,$$

где $I_C = C\dfrac{dU}{dt}$ – ток, текущий через емкость, а $I_L = \dfrac{1}{L}\int U\ dt$ – ток, текущий через индуктивность.

Для случая гармонического напряжения $U = U_0 \sin\omega t$ получаем

$$I_\Sigma = \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) U_0 \cos\omega t. \qquad (2.12)$$

Величина, стоящая в скобках, представляет суммарную реактивную проводимость σ_Σ рассмотренной цепи и состоит, в свою очередь, из емкостной σ_C и индуктивной σ_L проводимости

$$\sigma_\Sigma = \sigma_C + \sigma_L = \omega C - \frac{1}{\omega L}.$$

Соотношение (2.12) можно переписать следующим образом:

$$I_\Sigma = \omega C\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right) U_0 \cos\omega t,$$

где $\omega_0{}^2 = \dfrac{1}{LC}$ – резонансная частота параллельного контура.

И здесь, также как и в случае проводников, возникает соблазн, назвать величину

$$C^*(\omega) = C\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right) = C - \frac{1}{\omega^2 L} \qquad (2.13)$$

зависящей от частоты ёмкостью. С математической (подчеркиваю, с математической, но не с физической) точки зрения ведении такого символа допустимо, однако недопустимым является присвоение ему предлагаемого названия, т.к. этот параметр никакого отношения к истинной ёмкости не имеет и включает в себя одновременно и ёмкость и индуктивность контура, которые от частоты не зависят.

Верна и другая точка зрения. Соотношение (2.12) можно переписать и по-другому:

$$I_\Sigma = -\frac{\left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1\right)}{\omega L}\; U_0 \cos \omega t,$$

и считать, что рассматриваемая цепь вообще не имеет емкости, а состоит только из зависящей от частоты индуктивности

$$L^*(\omega) = \frac{L}{\left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1\right)} = \frac{L}{\omega^2 LC - 1}. \qquad (2.14)$$

Но, так же как и $C^*(\omega)$, величину $L^*(\omega)$ называть индуктивностью нельзя, поскольку это тоже составной параметр, включающий в себя одновременно ёмкость и индуктивность, которые от частоты не зависят.

Используя выражения (2.13) и (2.14), запишем:

$$I_\Sigma = \omega C^*(\omega)\; U_0 \cos \omega t, \qquad (2.15)$$

или

$$I_\Sigma = -\frac{1}{\omega L^*(\omega)}\; U_0 \cos \omega t. \qquad (2.16)$$

Соотношения (2.15) и (2.16) эквивалентны, и по отдельности математически полностью характеризуют рассмотренную цепь. Но с физической точки зрения ни $C^*(\omega)$, ни $L^*(\omega)$ емкостью и индуктивностью не являются, хотя и имеют ту же размерность. Физический смысл их названий заключается в следующем:

$$C^*(\omega) = \frac{\sigma_X}{\omega},$$

т.е. $C^*(\omega)$ представляет отношение реактивной проводимости контура и частоты, а

$$L^*(\omega) = \frac{1}{\omega \sigma_X},$$

является обратной величиной произведения суммарной реактивной проводимости контура и частоты.

Накапливаемая в ёмкости и индуктивности энергия, определяется из соотношений

$$W_C = \frac{1}{2} C U_0^2, \tag{2.17}$$

$$W_L = \frac{1}{2} L I_0^2. \tag{2.18}$$

Каким образом следует поступать для вычисления энергии, накопившейся в контуре, если в нашем распоряжении имеются $C^*(\omega)$ и $L^*(\omega)$? Конечно, вставлять эти соотношения в формулы (2.17) и (2.18) нельзя уже хотя бы потому, что эти величины могут быть как положительными, так и отрицательными, а энергия, накопившаяся в емкости и индуктивности, всегда положительна. Но если для этих целей пользоваться указанными параметрами, то нетрудно показать, что суммарная энергия, накопленная в контуре, определяется выражениями:

$$W_\Sigma = \frac{1}{2}\ \frac{d\sigma_X}{d\omega}\ U_0{}^2, \tag{2.19}$$

или

$$W_\Sigma = \frac{1}{2}\ \frac{d\left[\omega C^*(\omega)\right]}{d\omega}\ U_0{}^2, \tag{2.20}$$

или

$$W_\Sigma = \frac{1}{2}\ \frac{d\left(\dfrac{1}{\omega L^*(\omega)}\right)}{d\omega}\ U_0{}^2. \tag{2.21}$$

Если расписать уравнения (2.19) или (2.20) и (2.21), то получим одинаковый результат, а именно:

$$W_\Sigma = \frac{1}{2}CU_0{}^2 + \frac{1}{2}LI_0{}^2,$$

где U_0 – амплитуда напряжения на ёмкости, а I_0 – амплитуда тока, текущего через индуктивность.

Если сравнить соотношения, полученные для параллельного резонансного контура и для проводников, то можно видеть, что они идентичны, если сделать замену $E_0 \to U_0$, $j_0 \to I_0$, $\varepsilon_0 \to C$ и $L_k \to L$. Таким образом, единичный объём проводника, при однородном распределении электрических полей и плотностей токов в нём, эквивалентен параллельному резонансному контуру с указанными сосредоточенными параметрами. При этом ёмкость такого контура численно равна диэлектрической проницаемости вакуума, а индуктивность равна удельной кинетической индуктивности зарядов.

А теперь представим себе такую ситуацию. В аудиторию, где находятся специалисты, знающие радиотехнику, с одной стороны, и математики – с другой, приходит преподаватель и начинает доказывать, что нет в природе никаких ёмкостей и индуктивностей, а существует только зависящая от частоты ёмкость и что она-то и представляет параллельный резонансный контур. Или, наоборот, что параллельный резонансный контур это зависящая от частоты индуктивность. С такой точкой зрения математики сразу согласятся. Однако радиотехники посчитают лектора человеком с очень ограниченными знаниями. Именно в таком положении оказались сейчас те учёные и специалисты, которые ввели в физику частотную дисперсию диэлектрической проницаемости.

Таким образом, получены все необходимые данные, характеризующие процесс распространения электромагнитных волн в рассмотренных средах, а также показано, что в квазистатическом режиме электродинамические процессы в проводниках подобны процессам в параллельном резонансном контуре с сосредоточенными параметрами. Однако, в отличие от общепринятой методики [2-5] при таком рассмотрении нигде не вводился вектор поляризации в проводниках, а в основу рассмотрения положено уравнение движения, и при этом во втором уравнении Максвелла выписываются все составляющие плотностей токов в явном виде.

Теперь на примере работы [2] рассмотрим вопрос о том, каким образом решаются подобные задачи, когда для их решения вводится понятие вектора поляризации. Параграф 59 этой работы, где рассматривается этот вопрос, начинается словами: «Мы переходим теперь к изучению важнейшего вопроса о быстропеременных электрических полях, частоты которых не ограничены условием малости по сравнению с частотами, характерными для установления электрической и магнитной поляризации вещества» (конец цитаты). Эти слова означают, что рассматривается та область частот, где в связи с наличием инерционных свойств носителей зарядов поляризация вещества в переменных полях не будет достигать своего статического значения. При дальнейшем рассмотрении вопроса делается заключение, что «в любом переменном поле, в том числе при наличии дисперсии вектор поляризации $\vec{P}=\vec{D}-\varepsilon_0\vec{E}$ (здесь и далее все цитируемые формулы записываются в системе СИ) сохраняет свой физический смысл электрического момента единицы объёма вещества» (конец цитаты). Приведём ещё одну цитату: «Оказывается возможным установить справедливый для любых тел (безразлично – металлов или диэлектриков) предельный вид функции $\varepsilon(\omega)$ при больших частотах. Именно частота поля должна быть велика по сравнению с «частотами» движения всех (или, по крайней мере, большинства) электронов в атомах данного вещества. При соблюдении этого условия можно при вычислении поляризации вещества рассматривать электроны как свободные, пренебрегая их взаимодействием друг с другом и с ядрами атомов» (конец цитаты).

Далее, как это сделали и мы, записывается уравнение движения свободного электрона в переменном электрическом поле

$$m\frac{d\vec{v}}{dt}=e\vec{E},$$

откуда находится его смещение

$$\vec{r}=-\frac{e\vec{E}}{m\omega^2}$$

Затем говорится, что поляризация $\vec{P}$ есть дипольный момент единицы объёма и полученное смещение вставляется в поляризацию

$$\vec{P}=ne\vec{r}=-\frac{ne^2\vec{E}}{m\omega^2}.$$

В данном случае рассматривается точечный заряд, и эта операция означает введение электрического дипольного момента для двух точечных зарядов с противоположными знаками, расположенными на расстоянии $\vec{r}$

$$\vec{p}_e = -e\vec{r},$$

где вектор $\vec{r}$ направлен от положительного заряда к отрицательному. Этот шаг вызывает недоумение, поскольку рассматривается точечный электрон, и чтобы говорить об электрическом дипольном моменте, нужно иметь в этой среде для каждого электрона парный заряд противоположного знака, отнесённый от него на расстояние $\vec{r}$. В данном же случае рассматривается газ свободных электронов, в котором отсутствуют заряды противоположных знаков. Далее следует стандартная процедура, когда введённый таким незаконным способом вектор поляризации вводится в диэлектрическую проницаемость

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \vec{E} - \frac{ne^2 \vec{E}}{m\omega^2} = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_0 L_k \omega^2} \right) \vec{E} ,$$

а поскольку плазменная частота определяется соотношением

$$\omega_p^{\ 2} = \frac{1}{\varepsilon_0 L_k},$$

сразу записывается вектор индукции

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^{\ 2}}{\omega^2} \right) \vec{E}.$$

При таком подходе получается, что коэффициент пропорциональности

$$\varepsilon(\omega)=\varepsilon_0\left(1-\frac{\omega_p{}^2}{\omega^2}\right),$$

между электрическим полем и электрической индукцией, незаконно названный диэлектрической проницаемостью, зависит от частоты.

Именно такой подход и привёл к тому, что все начали считать, что величина, стоящая в этом соотношении перед вектором электрического поля, есть зависящая от частоты диэлектрическая проницаемость, и электрическая индукция, в свою очередь, тоже зависит от частоты. И об этом говорится во всех, без исключения, фундаментальных работах по электродинамике материальных сред [2-6].

Но, как было показано выше этот параметр не является диэлектрической проницаемостью, а представляет суммарную реактивную проводимость среды, деленную на частоту. Таким образом, традиционный подход к решению данной задачи с физической точки зрения является ошибочным, хотя формально с математической точки зрения такой подход допустим, однако при этом нет возможности учёта начальных условий при вычислении интеграла в соотношениях, определяющих ток проводимости.

Далее в §61 работы [2] рассматривается вопрос об энергии электрического и магнитного поля в средах, обладающих введённой таким способом дисперсией. При этом делается вывод о том, что соотношение для энергии таких полей

$$W=\frac{1}{2}\left(\varepsilon E_0{}^2+\mu H_0{}^2\right), \qquad (2.22)$$

имеющего точный термодинамический смысл в обычных средах, при наличии дисперсии так истолковано быть не может. Эти слова означают, что знание реальных электрических и магнитных полей в диспергирующей среде недостаточно для определения разности внутренней энергии в единице объёма вещества при наличии полей в их отсутствии. После таких заявлений приводится формула, дающая правильный результат для вычисления удельной энергии электрических и магнитных полей при наличии дисперсии

$$W=\frac{1}{2}\frac{d\left(\omega\varepsilon(\omega)\right)}{d\omega}E_0^2+\frac{1}{2}\frac{d\left(\omega\mu(\omega)\right)}{d\omega}H_0^2 \qquad (2.23)$$

Но если сравнить первую часть выражения в правой части соотношения (2.23) с соотношением (2.9), то видно, что они совпадают. Это означает, что в соотношении (2.23) этот член представляет полную энергию, включающую не только потенциальную энергию электрических полей, но и кинетическую энергию движущихся зарядов. На каком основании записан последний член в соотношении (2.23) вообще не ясно.

Поэтому вывод о невозможности толкования формулы (2.22), как внутренней энергии электрических и магнитных полей в диспергирующих средах является правильным. Однако это обстоятельство заключается не в том, что такая интерпретация в рассмотренных средах является вообще невозможной. Оно заключается в том, что для определения величины удельной энергии как термодинамического параметра в данном случае необходимо правильно вычислить эту энергию, учитывая не только электрическое поле, которое накапливает потенциальную энергию, но и ток электронов проводимости, которые в связи с наличием массы, накапливают кинетическую энергию движения зарядов (2.8). Вывод, который теперь можно сделать, заключается в том, что, вводя в обиход некоторые математические символы, без понимания их истинного физического смысла, и, тем более, присвоение этим символам несвойственных им физических наименований, может в конечном итоге привести к существенным ошибкам.

3. Поперечный плазменный резонанс

Теперь покажем, как плохое понимание физики процессов, имеющих место в проводящих средах, привело к тому, что оказалось незамеченным интересное физическое явление, которое может быть названо поперечный плазменный резонанс в незамагниченной плазме. Это явление может иметь важные технические приложения [13].

Известно, что плазменный ленгмюровский резонанс является продольным. Но продольный резонанс не может излучать поперечные радиоволны. Однако при взрывах ядерных зарядов, в результате которых образуется очень горячая плазма, имеет место электромагнитное излучение в очень широком диапазоне частот, вплоть до длинноволнового радиодиапазона. На сегодняшний день нет тех физических механизмов, которые смогли бы объяснить возникновение такого излучения. О существовании в незамагниченной плазме каких-либо других резонансов, кроме ленгмюровского, ранее известно не было, но оказывается, что в ограниченной плазме может существовать поперечный резонанс, и частота такого резонанса совпадает с частотой ленгмюровского резонанса, т.е. эти разонансы являются вырожденными. Именно этот резонанс может быть причиной излучения радиоволн при взрывах ядерных зарядов, поскольку облако взрыва в процессе своего развития некоторое время остаётся ограниченным. Для выяснения условий возбуждения такого резонанса рассмотрим длинную линию, состоящую из двух идеально проводящих плоскостей, как показано на рис.1

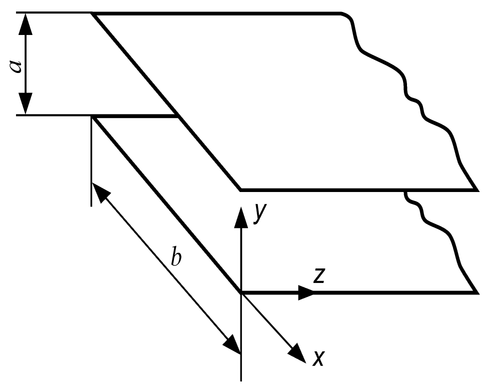

Рис. 1 Двухпроводная линия, состоящая из двух идеально проводящих плоскостей.

Погонная (приходящаяся на единицу длины) емкость и индуктивность такой линии без учёта краевых эффектов определяются соотношениями [8,9]:

$$C_0 = \varepsilon_0 \frac{b}{a} \quad \text{и} \quad L_0 = \mu_0 \frac{a}{b}.$$

Поэтому с ростом длины линии ее суммарная емкость $C_\Sigma = \varepsilon_0 \frac{b}{a} z$ и суммарная индуктивность $L_\Sigma = \mu_0 \frac{a}{b} z$ увеличиваются пропорционально ее длине.

Если в разомкнутую линию поместить плазму, носители заряда в которой могут двигаться без трения, и в поперечном направлении пропустить через плазму ток I, то заряды в связи с наличием у них массы, двигаясь с определенной скоростью, будут накапливать кинетическую энергию. Заметим, что здесь не рассматриваются технические вопросы, как и каким образом можно удержать плазму между плоскостями линии. В данном случае рассматриваются только принципиальные вопросы, касающиеся рассматриваемого поперечного плазменного резонанса в незамагниченной плазме.

Поскольку поперечная плотность тока в такой линии определяется соотношением

$$j = \frac{I}{bz} = nev,$$

то суммарную кинетическую энергию движущихся зарядов можно записать как

$$W_{k\Sigma} = \frac{1}{2}\ \frac{m}{ne^2}\ abzj^2 = \frac{1}{2}\ \frac{m}{ne^2}\ \frac{a}{bz} I^2. \qquad (3.1)$$

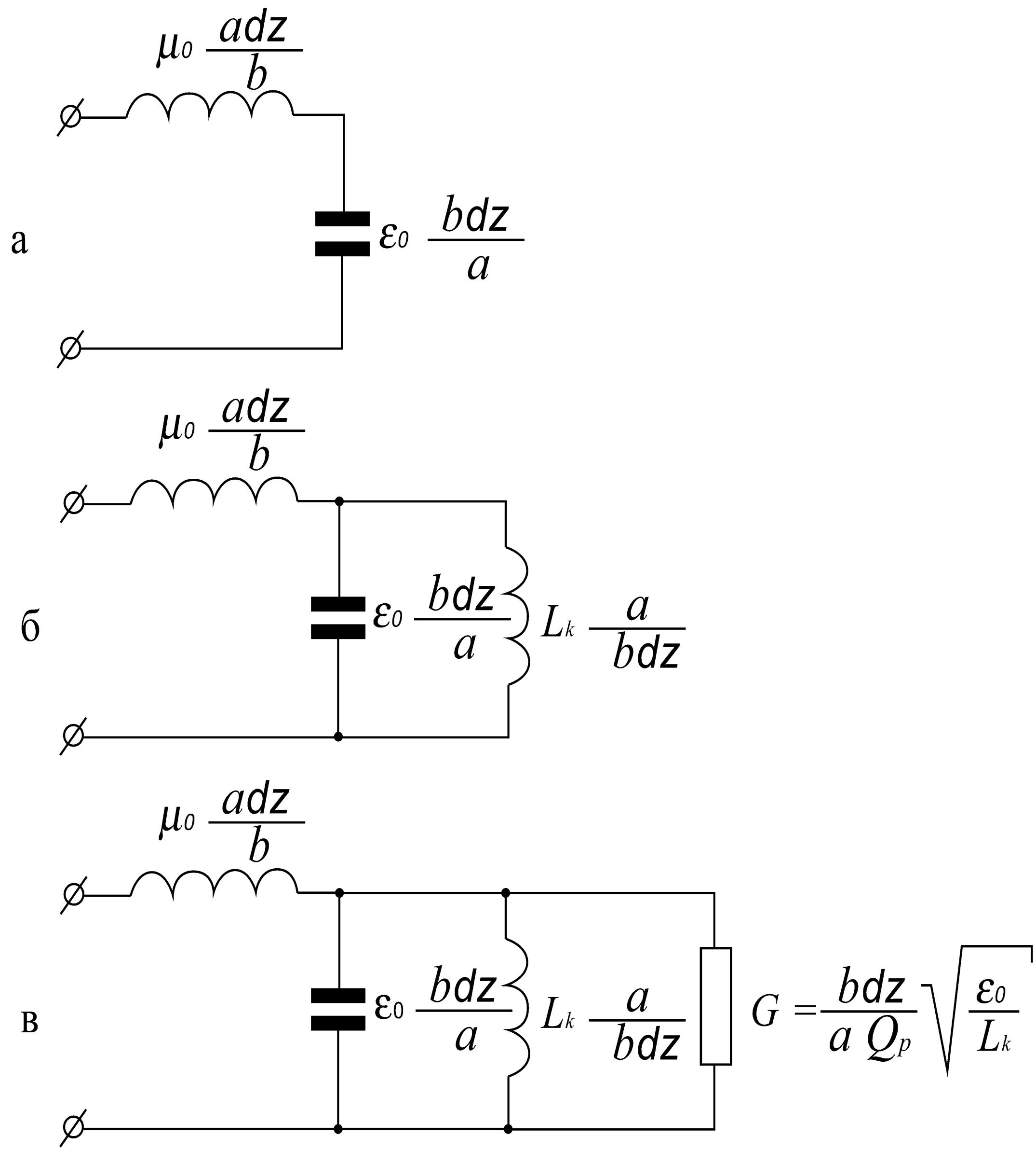

Рис. 2. а – эквивалентная схема отрезка двухпроводной линии;

б – эквивалентная схема отрезка двухпроводной линии, заполненной бездиссипативной плазмой;

в - эквивалентная схема отрезка двухпроводной линии, заполненной диссипативной плазмой.

Соотношение (3.1) связывает кинетическую энергию, накопленную в линии, с квадратом тока, поэтому коэффициент, стоящий в правой части этого соотношения перед квадратом тока, является суммарной кинетической индуктивностью линии.

$$L_{k\Sigma} = \frac{m}{ne^2} \cdot \frac{a}{bz}. \tag{3.2}$$

Таким образом, величина

$$L_k = \frac{m}{ne^2} \tag{3.3}$$

представляет удельную кинетическую индуктивность зарядов. Эта величина уже ранее вводилась другим способом (см. соотношение (2.4)). Соотношение (3.3) получено для случая постоянного тока, когда токовое распределение является однородным.

В дальнейшем для большей наглядности полученных результатов, наряду с математическим их представлением, будем пользоваться методом эквивалентных схем. Отрезок, рассмотренной линии, длинной dz может быть представлен в виде эквивалентной схемы, показанной на рис. 2 (а).

Из соотношения (3.2) видно, что в отличие от C_Σ и L_Σ величина $L_{k\Sigma}$ с ростом z не увеличивается, а уменьшается. Связано это с тем, что с ростом z количество параллельно включенных индуктивных элементов растет.

Эквивалентная схема участка линии, заполненной бездиссипативной плазмой, показана на рис. 2 (б). Сама линия при этом будет эквивалентна параллельному контуру с сосредоточенными параметрами:

$$C = \frac{\varepsilon_0 bz}{a},$$

$$L = \frac{L_k a}{bz},$$

последовательно с которым включена индуктивность

$$\mu_0 \frac{adz}{b}.$$

Но если вычислить резонансную частоту такого контура, то окажется, что эта частота вообще ни от каких размеров не зависит, действительно:

$$\omega_\rho^2 = \frac{1}{CL} = \frac{1}{\varepsilon_0 L_k} = \frac{ne^2}{\varepsilon_0 m}.$$

Получен очень интересный результат, который говорит о том, что резонансная частота рассмотренного макроскопического резонатора не зависит от его размеров. Может создаться впечатление, что это ленгмюровский резонанс, т.к. полученное значение резонансной частоты в точности соответствует значению частоты плазменного резонанса. Но известно, что такой резонанс характеризует продольные волны, в то время как в длинной линии имеют место только поперечные волны. В рассмотренном случае величина фазовой скорости в направлении z равна бесконечности и волновой вектор $\vec{k} = 0$.

Данный результат соответствует решению системы уравнений (2.10) для линии с заданной конфигурацией. При этом волновое число определяется соотношением:

$$k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 - \frac{\omega_\rho^2}{\omega^2}\right), \tag{3.4}$$

а групповая и фазовая скорости

$$v_g^2 = c^2\left(1 - \frac{\omega_\rho^2}{\omega^2}\right), \tag{3.5}$$

$$v_F^2 = \frac{c^2}{\left(1 - \frac{\omega_\rho^2}{\omega^2}\right)}, \tag{3.6}$$

где $c = \left(\frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \right)^{1/2}$ - скорость света в вакууме.

Для данного случая фазовая скорость электромагнитной волны равна бесконечности, что соответствует поперечному резонансу на плазменной частоте. Следовательно, в каждый момент времени распределение полей и токов в такой линии однородно и не зависит от координаты z, а ток в плоскостях линии в направлении z отсутствует. Это, с одной стороны, означает, что индуктивность L_Σ не будет оказывать влияния на электродинамические процессы в такой линии, а вместо проводящих плоскостей могут быть использованы любые плоскости или устройства, ограничивающие плазму сверху и снизу.

Из соотношений (3.4) , (3.5) и (3.6) нетрудно видеть, что в точке $\omega = \omega_p$ имеет место поперечный резонанс с бесконечной добротностью. При наличии потерь в резонаторе будет иметь место затухание, а в длинной линии в этом случае $k_z \neq 0$, и в линии будет распространяться затухающая поперечная волна, направление распространения которой будет нормально направлению движения зарядов. Следует отметить, что факт существования такого резонанса ранее осознан не был и другими авторами не описан.

Перед тем, как перейти к более подробному рассмотрению данного вопроса, остановимся на энергетических процессах, имеющих место в рассмотренной линии в случае отсутствия потерь.

Характеристическое сопротивление плазмы, дающее отношение поперечных компонент электрического и магнитного полей, определим из соотношения

$$Z = \frac{E_y}{H_x} = \frac{\mu_0 \omega}{k_z} = Z_0 \left(1 - \frac{\omega_\rho^2}{\omega^2} \right)^{-1/2},$$

где $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ - характеристическое (волновое) сопротивление вакуума.

Полученное значение Z характерно для поперечных электрических волн в волноводах. Видно, что когда $\omega \to \omega_p$, то $Z \to \infty$, а $H_x \to 0$. В том случае, когда $\omega > \omega_p$ в плазме существует и электрическая и магнитная составляющая поля. Удельная энергия этих полей запишется:

$$W_{E,H} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_{0y}^2 + \frac{1}{2}\mu_0 H_{0x}^2$$

Таким образом, энергия, заключенная в магнитном поле, в $\left(1 - \frac{\omega_\rho^2}{\omega^2} \right)$ раз меньше, чем энергия, заключенная в электрическом поле. Отметим, что данное рассмотрение, которое является традиционным в электродинамике, является не полным, т.к. при этом не учтен еще один вид энергии, а именно кинетическая энергия носителей заряда. Оказывается, что кроме волн электрического и магнитного полей, несущих электрическую и магнитную энергии, в плазме существует еще и третья - кинетическая волна, несущая кинетическую энергию носителей тока. Удельная энергия этой волны записывается:

$$W_k = \frac{1}{2} L_k j_0^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\omega^2 L_k} E_0^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{\omega_\rho^2}{\omega^2} E_0^2.$$

Следовательно, полная удельная энергия записывается как

$$W_{E,H,j} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_{0y}^2 + \frac{1}{2}\mu_0 H_{0x}^2 + \frac{1}{2}L_k j_0^2 \ .$$

Таким образом, для нахождения полной энергии, заключённой в единице объема плазмы, учет только полей E и H недостаточен. В точке $\omega = \omega_p$ выполняются соотношения:

$$W_H = 0$$
$$W_E = W_k$$

т.е. магнитное поле в плазме отсутствует, и плазма представляет макроскопический электромеханический резонатор с бесконечной добротностью, резонирующий на частоте ω_p.

Поскольку при частотах $\omega > \omega_p$ волна, распространяющаяся в плазме, несет на себе три вида энергии: электрическую, магнитную и кинетическую, то такую волну можно назвать электромагнитокинетической. Кинетическая волна является волной плотности тока $\vec{j} = \frac{1}{L_k}\int \vec{E}\, dt$. Эта волна сдвинута по отношению к электрической волне на угол $\frac{\pi}{2}$.

До сих пор рассматривался физически нереализуемый случай, когда потери в плазме отсутствуют, что соответствует бесконечной добротности плазменного резонатора. Если потери имеются, причем совершенно не важно какими физическими процессами такие потери обусловлены, то добротность плазменного резонатора будет конечной величиной. Для такого случая уравнения Максвелла будут иметь вид:

$$rot\ \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t},$$
$$rot\ \vec{H} = \sigma_{p.ef}\ \vec{E} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{L_k}\int \vec{E}\ dt. \tag{3.7}$$

Наличие потерь учитывается членом $\sigma_{p.ef}\vec{E}$, причем, употребляя возле проводимости индекса ef, тем самым подчеркивается, что нас не интересует сам механизм потерь, а интересует только сам факт их существования. Величину σ_{ef} определяет добротность плазменного резонатора. Для измерения σ_{ef} следует выбрать отрезок линии длиной z_0, величина которого значительно меньше длины волны в диссипативной плазме. Такой отрезок будет эквивалентен контуру с сосредоточенными параметрами:

$$C = \varepsilon_0 \frac{bz_0}{a}, \tag{3.8}$$

$$L = L_k \frac{a}{bz_0}, \tag{3.9}$$

$$G = \sigma_{\rho.ef} \frac{bz_0}{a}, \tag{3.10}$$

где G – проводимость, подключенная параллельно C и L.

Проводимость и добротность в таком контуре связаны соотношением:

$$G = \frac{1}{Q_\rho}\sqrt{\frac{C}{L}},$$

откуда, учитывая (3.8 – 3.10), получаем

$$\sigma_{\rho.ef} = \frac{1}{Q_\rho}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{L_k}}. \tag{3.11}$$

Таким образом, измеряя собственную добротность такого плазменного резонатора, можно определить $\sigma_{p.ef}$. Используя (3.2) и (3.11) получим:

$$
\begin{aligned}
& rot\ \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial\, \vec{H}}{\partial\, t}, \\
& rot\ \vec{H} = \frac{1}{Q_\rho}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{L_k}}\ \vec{E} + \varepsilon_0 \frac{\partial\, \vec{E}}{\partial\, t} + \frac{1}{L_k}\int \vec{E}\ dt.
\end{aligned}
\tag{3.12}
$$

Эквивалентная схема такой линии, заполненной диссипативной плазмой, представлена на рис. 2 (в).

Рассмотрим решение системы уравнений (3.12) в точке $\omega = \omega_p$, при этом, поскольку

$$\varepsilon_0 \frac{\partial\, \vec{E}}{\partial\, t} + \frac{1}{L_k}\int \vec{E}\ dt = 0,$$

получаем

$$
\begin{aligned}
& rot\ \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial\, \vec{H}}{\partial\, t}, \\
& rot\ \vec{H} = \frac{1}{Q_P}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{L_k}}\ \vec{E}.
\end{aligned}
$$

Эти соотношения и определяют волновые процессы в точке резонанса.

Если потери в плазме, заполняющей линию малы, а к линии подключен сторонний источник тока, то можно положить:

$$
\begin{aligned}
& rot\ \vec{E} \cong 0, \\
& \frac{1}{Q_p}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{L_k}}\ \vec{E} + \varepsilon_0 \frac{\partial\, \vec{E}}{\partial\, t} + \frac{1}{L_k}\int \vec{E}\ dt = \vec{j}_{CT},
\end{aligned}
\tag{3.13}
$$

где $\vec{j}_{CT}$ – плотность сторонних токов.

Проинтегрировав (3.13) по времени и разделив обе части на ε_0, получим

$$\omega_p^2\,\vec{E}+\frac{\omega_p}{Q_p}\cdot\frac{\partial\,\vec{E}}{\partial\,t}+\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial\,t^2}=\frac{1}{\varepsilon_0}\cdot\frac{\partial\,\vec{j}_{CT}}{\partial\,t}. \qquad (3.14)$$

Если (3.14) проинтегрировать по поверхности нормальной к вектору $\vec{E}$ и ввести электрический поток как $\Phi_E=\int\vec{E}d\vec{S}$, получим:

$$\omega_p^2\Phi_E+\frac{\omega_p}{Q_p}\cdot\frac{\partial\,\Phi_E}{\partial\,t}+\frac{\partial^2\Phi_E}{\partial\,t^2}=\frac{1}{\varepsilon_0}\cdot\frac{\partial\,I_{CT}}{\partial\,t}, \qquad (3.15)$$

где I_{CT} – сторонний ток.

Уравнение (3.15) является уравнением гармонического осциллятора с правой частью, характерное для двухуровневых лазеров [14]. Если источник возбуждения отключить, то соотношение (3.14) представляет “холодный” лазерный резонатор, в котором колебания будут затухать по экспоненциальному закону

$$\Phi_E(t)=\Phi_E(0)\ e^{i\omega_P\,t}\cdot e^{-\frac{\omega_P}{2Q_P}\,t},$$

т.е. макроскопический электрический поток $\Phi_E(t)$ будет осциллировать с частотой ω_p, время релаксации при этом определяется соотношением:

$$\tau=\frac{2Q_P}{\omega_P}\ .$$

Задача создания лазера заключается теперь лишь в умении возбудить такой резонатор.

Если резонатор возбуждается сторонними токами, то такой резонатор для этих токов представляет полосовой фильтр с резонансной частотой равной плазменной частоте с полосой пропускания $\Delta\omega = \frac{\omega_p}{2Q_p}$.

Другим важным практическим применением поперечного плазменного резонанса является возможность его использование для разогрева и диагностики плазмы. Если добротность плазменного резонатора велика, то могут быть получены высокие уровни электрических полей, а значит и высокие энергии носителей зарядов.

4. Диэлектрики

Нигде в существующей литературе нет указаний на то, что кинетическая индуктивность носителей зарядов играет какую-то роль в электродинамических процессах в диэлектриках. Это не так. Оказывается, что этот параметр в электродинамике диэлектриков играет не менее важную роль, чем в электродинамике проводников. Рассмотрим наиболее простой случай, когда колебательные процессы в атомах или молекулах диэлектрика подчиняются законам механического осциллятора [8]. Запишем уравнение движения

$$\left(\frac{\beta}{m} - \omega^2\right)\vec{r}_m = \frac{e}{m}\vec{E}, \tag{4.1}$$

где $\vec{r}_m$ - отклонение зарядов от положения равновесия, а β - коэффициент упругости, характеризующий упругость электрических сил связи зарядов в атомах и молекулах. Вводя резонансную частоту связанных зарядов

$$\omega_0 = \frac{\beta}{m},$$

из (4.1) получаем

$$r_m = -\frac{e\ E}{m(\omega^2 - \omega_o^2)}. \tag{4.2}$$

Видно, что в соотношении (4.2) в качестве параметра присутствует частота собственных колебаний, в которую входит масса заряда. Это говорит о том, что инерционные свойства колеблющихся зарядов будут влиять на колебательные процессы в атомах и молекулах.

Поскольку общая плотность тока в среде состоит из тока смещения и тока проводимости

$$rot\vec{H} = \vec{j}_{\Sigma} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + ne\vec{v},$$

то, находя скорость носителей зарядов в диэлектрике как производную их смещения по координате

$$\vec{v} = \frac{\partial r_m}{\partial t} = -\frac{e}{m(\omega^2 - \omega_o^2)} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

из соотношения (4.2) находим

$$rot\vec{H} = \vec{j}_{\Sigma} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \frac{1}{L_{kd}(\omega^2 - \omega_0{}^2)} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \tag{4.3}$$

Заметим, что величина

$$L_{kd} = \frac{m}{ne^2}$$

представляет кинетическую индуктивность зарядов, входящих в состав атомов или молекул диэлектриков, в том случае, если считать их свободными. Поэтому соотношение (4.3) можно переписать

$$rot\vec{H} = \vec{j}_{\Sigma} = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_0 L_{kd} (\omega^2 - \omega_0{}^2)} \right) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \qquad (4.4)$$

Так как величина

$$\frac{1}{\varepsilon_0 L_{kd}} = \omega_{pd}{}^2$$

представляет плазменную частоту зарядов в атомах и молекулах диэлектрика, если считать эти заряды свободными, то соотношение (4.4) принимает вид:

$$rot\vec{H} = \vec{j}_{\Sigma} = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega^2{}_{pd}}{(\omega^2 - \omega_0{}^2)} \right) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \qquad (4.5)$$

И, конечно, опять возникает соблазн назвать величину

$$\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega^2{}_{pd}}{(\omega^2 - \omega_0{}^2)} \right) \qquad (4.6)$$

зависящей от частоты диэлектрической проницаемостью диэлектрика. Но этого, как и в случае проводников, делать нельзя, поскольку это сборный параметр, включающий в себя теперь уже три не зависящих от частоты параметра: диэлектрическую проницаемость вакуума, собственную частоту атомов или молекул и плазменную частоту для носителей зарядов, входящих в их состав, если считать заряды свободными.

Рассмотрим два предельных случая:

1. Если $\omega << \omega_0$, то из (4.5) получаем

$$rot\vec{H} = \vec{j}_{\Sigma} = \varepsilon_0 \left(1 + \frac{\omega_{pd}{}^2}{\omega_0{}^2} \right) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \qquad (4.7)$$

В этом случае коэффициент, стоящий перед производной, не зависит от частоты, и представляет статическую диэлектрическую проницаемость диэлектрика. Как видим, она зависит от собственной частоты колебаний атомов или молекул и от плазменной частоты. Этот результат понятен. Частота в данном случае оказывается настолько низкой, что заряды успевают следовать за полем и их инерционные свойства на электродинамические процессы не влияют. В этом случае выражение в скобках в правой части соотношения (4.7) представляет статическую диэлектрическую проницаемость диэлектрика. Как видно она зависит от собственной частоты колебаний самих атомов или молекул диэлектрика и от плазменной частоты. Отсюда сразу имеем рецепт для создания диэлектриков с высокой диэлектрической проницаемостью. Чтобы достичь этого, следует в заданном объёме пространства упаковать максимальное количество молекул с максимально мягкими связями между зарядами внутри самой молекулы.

2. Показательным является случай, когда $\omega >> \omega_0$. При этом

$$rot\vec{H} = \vec{j}_{\Sigma} = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{{\omega_{pd}}^2}{\omega^2} \right) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

и на наших глазах диэлектрик превратился в проводник (плазму) т.к. полученное соотношение в точности совпадает с уравнением, описывающим плазму.

Нельзя не заметить то обстоятельство, что в данном случае опять нигде не использовалось такое понятие как вектор поляризации, а рассмотрение проведено путём нахождения реальных токов в диэлектриках на основе уравнения движения зарядов в этих средах. При этом в качестве параметров использованы электрические характеристики среды, которые от частоты не зависят.

Из соотношения (4.5) видно, что в случае выполнения равенства $\omega = \omega_0$ амплитуда колебаний равна бесконечности. Это означает наличие резонанса в этой точке. Бесконечная амплитуда колебаний имеет место по причине того, что не учитывались потерь в резонансной системе, при этом её добротность равна бесконечности. В каком-то приближении можно считать, что ниже указанной точки мы имеем дело с диэлектриком, у которого диэлектрическая проницаемость равна её статическому значению. Выше этой точки мы имеем дело уже фактически с металлом, у которого плотность носителей тока равна плотности атомов или молекул в диэлектрике.

Теперь можно с электродинамической точки зрения рассмотреть вопрос о том, почему диэлектрическая призма разлагает полихроматический свет на монохроматические составляющие или почему образуется радуга. Для того чтобы это имело место необходимо иметь частотную зависимость фазовой скорости (дисперсию) электромагнитных волн в рассматриваемой среде. Если к соотношению (4.5) добавить первое уравнение Максвелла, то получим:

$$rot\vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$rot\vec{H} = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega^2{}_{pd}}{(\omega^2 - \omega_0{}^2)} \right) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

откуда сразу находим волновое уравнение:

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_{pd}{}^2}{\omega^2 - \omega_0{}^2} \right) \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

Если учесть, что

$$\mu_0\varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}$$

где c - скорость света, то уже ни у кого не останется сомнения в том, что при распространении электромагнитных волн в диэлектриках будет наблюдаться частотная дисперсия фазовой скорости. Но эта дисперсия будет связана не с тем, что такой материальный параметр, как диэлектрическая проницаемость, зависит от частоты, а в формировании этой дисперсии будет принимать участие сразу три, не зависящие от частоты, физические величины: собственная резонансная частота самих атомов или молекул, плазменная частота зарядов, если считать их свободными, и диэлектрическая проницаемость вакуума.

Теперь покажем, где и какие ошибки подстерегают нас, если при решении рассмотренной задачи использовать понятие вектора поляризации. Введем такой вектор поляризации

$$\vec{P} = -\frac{ne^2}{m} \cdot \frac{1}{(\omega^2 - \omega_0^2)} \vec{E}.$$

Его зависимость от частоты, связана с наличием массы у зарядов, входящих в состав атомов и молекул диэлектриков. Инерционность зарядов не позволяет этому вектору, следуя за электрическим полем, достигать того значения, которое он имел бы в статических полях. Поскольку электрическая индукция определяется соотношением:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}\vec{E} = \varepsilon_0\vec{E} - \frac{ne^2}{m} \cdot \frac{1}{(\omega^2 - \omega_0^2)} \vec{E}, \qquad (4.8)$$

то введённая таким способом она зависит от частоты.

Если такую индукцию ввести во второе уравнение Максвелла, то оно примет вид:

$$rot\vec{H} = j_{\Sigma} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$$

или

$$rot\vec{H} = j_{\Sigma} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \frac{ne^2}{m} \frac{1}{(\omega^2 - \omega_0^2)} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \qquad (4.9)$$

где j_{Σ} - суммарный ток, текущий через образец. В выражении (4.9) первый член правой части представляет ток смещения в вакууме, а второй – ток, связанный с наличием связанных зарядов в атомах или молекулах диэлектрика. В этом выражении опять появилась удельная кинетическая индуктивность зарядов, участвующих в колебательном процессе

$$L_{kd} = \frac{m}{ne^2} \ .$$

Данная кинетическая индуктивность определяет индуктивность связанных зарядов. С учётом этого соотношение (4.9) можно переписать

$$rot\vec{H} = j_{\Sigma} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \frac{1}{L_{kd}} \frac{1}{(\omega^2 - \omega_0^2)} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

Получено выражение в точности совпадает с соотношением (4.3). Следовательно, конечный результат рассмотрения обоими способами совпадает, и с математической точки зрения претензий к методу нет. Но с физической точки зрения, и особенно в части присвоения параметру, введённому в соответствии с соотношением (4.8) наименования электрической индукции, имеются большие претензии, которые мы уже обсудили. Конечно, это не электрическая индукция, а некий сборный параметр. Но, не разобравшись в сути вопроса, все начали считать, что диэлектрическая проницаемость диэлектриков зависит от частоты.

По сути, физически обоснованным является введение электрической индукции в диэлектриках только в статических электрических полях.

Покажем, что эквивалентная схема диэлектрика в данном случае представляет последовательный резонансный контур, у которого индуктивностью является кинетическая индуктивность L_{kd}, а ёмкость равна статической диэлектрической проницаемости диэлектрика за вычетом ёмкости равной диэлектрической проницаемости вакуума. При этом сам контур оказывается зашунтированным ёмкостью, равной удельной диэлектрической проницаемости вакуума. Для доказательства этого рассмотрим последовательный колебательный контур, когда индуктивность L и ёмкость C включены последовательно.

Связь между током I_C, текущим через ёмкость C, и напряжением U_C, приложенным к ней, определяется соотношениями:

$$U_C = \frac{1}{C}\int I_C dt$$

и

$$I_C = C\frac{dU_C}{dt}. \qquad (4.10)$$

Для индуктивности эта связь запишется:

$$I_L = \frac{1}{L}\int U_L dt$$

и

$$U_L = L\frac{dI_L}{dt}.$$

Если ток, текущий через последовательный контур, меняется по закону $I = I_0 \sin \omega t$, то падение напряжения на индуктивности и ёмкости соответственно составит

$$U_L = \omega L I_0 \cos \omega t$$

и

$$U_C = -\frac{1}{\omega C} I_0 \cos \omega t,$$

а суммарное приложенное напряжение будет равно

$$U_\Sigma = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) I_0 \cos \omega t.$$

В этом соотношении величина, стоящая в скобках, представляет реактивное сопротивление последовательного резонансного контура, которое зависит от частоты. Напряжения, генерируемые на ёмкости и индуктивности, находятся в противофазе, и, в зависимости от частоты, контур может иметь то ли индуктивное, то ли ёмкостное реактивное сопротивление. В точке резонанса суммарное реактивное сопротивление контура равно нулю.

Очевидно, что связь между суммарным приложенным напряжением и током, текущим через контур, будет определяться соотношением

$$I = -\frac{1}{\omega \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)} \frac{\partial U_\Sigma}{\partial t}. \qquad (4.11)$$

Резонансная частота контура определяется соотношением

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

поэтому запишем

$$I=\frac{C}{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0{}^2}\right)}\frac{\partial U_\Sigma}{\partial t}. \tag{4.12}$$

Сравнивая это выражение с соотношением (4.10) нетрудно видеть, что последовательный резонансный контур, состоящий из индуктивности L и ёмкости C, можно представить в виде зависимой от частоты ёмкости

$$C(\omega)=\frac{C}{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0{}^2}\right)}. \tag{4.13}$$

Такое представление вовсе не означает, что где-то потеряна индуктивность. Просто она входит в резонансную частоту контура ω_0. Соотношение (4.12) это всего лишь математическая форма записи соотношения (4.11). Следовательно, $C(\omega)$ это некий сборный математический параметр, который не является ёмкостью контура.

Соотношение (4.11) можно переписать и по-другому:

$$I=-\frac{1}{L\left(\omega^2-\omega_0{}^2\right)}\frac{\partial U_\Sigma}{\partial t}$$

и считать, что

$$C(\omega)=-\frac{1}{L\left(\omega^2-\omega_0{}^2\right)}. \tag{4.14}$$

Конечно, параметр $C(\omega)$, введённый в соответствии с соотношениями (4.13) и (4.14) никакого отношения к ёмкости не имеет.

Рассмотрим соотношение (4.12) для двух предельных случаев:

1. Когда $\omega << \omega_0$ имеем

$$I = C\frac{\partial U_{\Sigma}}{\partial t}.$$

Этот результат понятен, т.к. на низких частотах реактивное сопротивление индуктивности, включённой последовательно с ёмкостью, значительно меньше ёмкостного и его можно не учитывать.

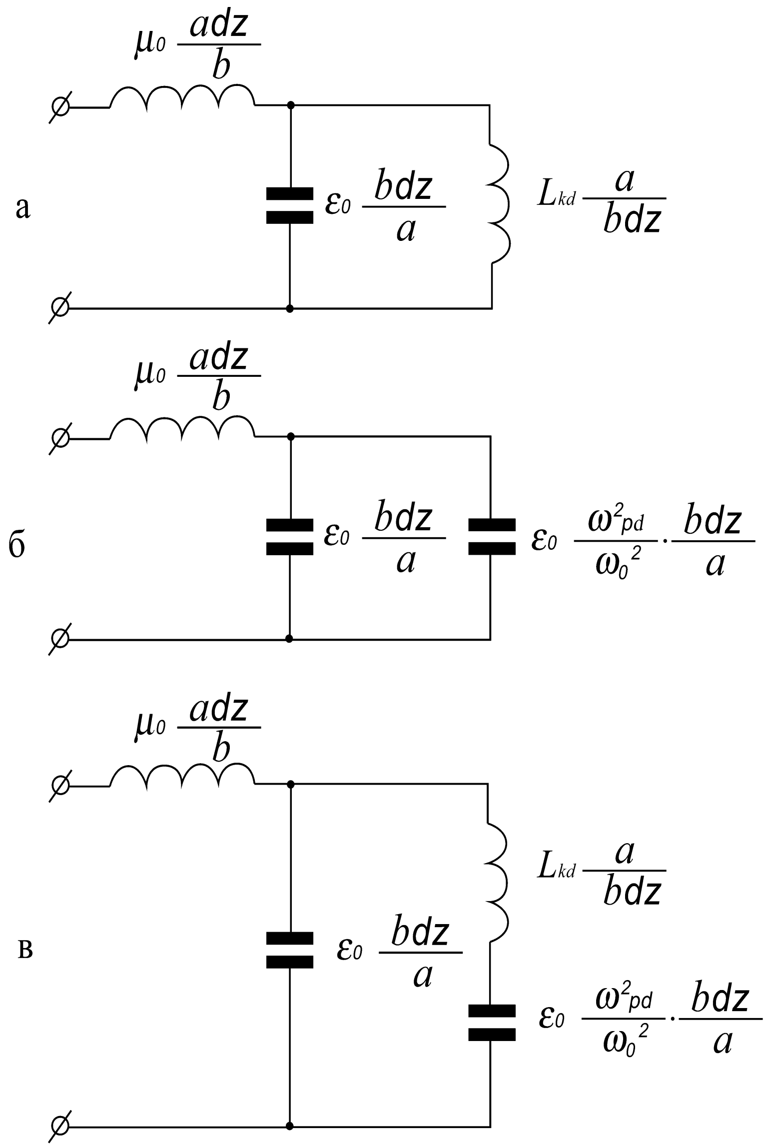

Рис. 3. а - эквивалентная схема отрезка линии, заполненной диэлектриком, для случая $\omega >> \omega_0$; б - эквивалентная схема отрезка

линии для случая $\omega << \omega_0$; в – эквивалентная схема отрезка линии для всего диапазона частот.

Эквивалентная схема диэлектрика, расположенного между плоскостями длинной линии показана на рис. 3.

2. Для случая, когда $\omega >> \omega_0$, имеем

$$I = -\frac{1}{\omega^2 L}\frac{\partial U_\Sigma}{\partial t}. \tag{4.15}$$

Учитывая, что для гармонического сигнала

$$\frac{\partial U_\Sigma}{\partial t} = -\omega^2 \int U_\Sigma dt,$$

из (4.15) получаем

$$I_L = \frac{1}{L}\int U_\Sigma dt.$$

В данном случае реактивное сопротивление ёмкости значительно меньше, чем у индуктивности и цепь имеет индуктивное сопротивление.

Проведенный анализ говорит о том, что на практике очень трудно отличить поведение резонансных контуров от чистой индуктивности или ёмкости, особенно вдали от резонанса, где отличия практически отсутствуют. Для того чтобы понять истинный состав исследуемой цепи необходимо снять амплитудную и фазовую характеристику такой цепи в диапазоне частот. В случае резонансного контура такая зависимость будет иметь типичный резонансный характер, когда по обе стороны резонанса характер реактивного сопротивления будет разным. Однако это не означает, что реальные элементы контура: ёмкость или индуктивность зависят от частоты.

На рис. 3 (а) и 3 (б) показаны два предельных случая. В первом случае, когда $\omega >> \omega_0$, диэлектрик по своим свойствам соответствует проводнику, во втором случае, когда $\omega << \omega_0$, соответствует диэлектрику, обладающему статической диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = \varepsilon_0 \left(1 + \frac{\omega_{pd}{}^2}{\omega_0{}^2} \right)$.

Таким образом, можно сделать вывод, что введение, зависящей от частоты диэлектрической проницаемости диэлектриков, является и физической и терминологической ошибкой. Если речь идёт о диэлектрической проницаемости диэлектриков, с которой связано накопление потенциальной энергии, то речь может идти только о статической проницаемости. И именно этот параметр как постоянная величина, не зависящая от частоты, входит во все соотношения, характеризующие электродинамические характеристики диэлектриков.

Наиболее интересные результаты применения таких новых подходов имеют место именно для диэлектриков. В этом случае каждая связанная пара зарядов представляет отдельную унитарную единицу со своими индивидуальными характеристиками и её участие в процессах взаимодействия с электромагнитным полем (если не учитывать связи между отдельными парами) строго индивидуально. Конечно, в диэлектриках не все диполи имеют разные характеристики, а имеются различные группы с подобными характеристиками, и каждая группа связанных зарядов с одинаковыми характеристиками будет резонировать на своей частоте. Причем интенсивность поглощения, а в возбужденном состоянии и излучения, на этой частоте будет зависеть от относительного количества пар данного сорта. И поэтому могут быть введены парциальные коэффициенты, учитывающие их статистический вес в таком процессе. Кроме того, на эти процессы будет влиять анизотропия диэлектрических свойств самих молекул, имеющих определенную электрическую ориентацию в кристаллической решетке. Этими обстоятельствами и определяется то многообразие резонансов и их интенсивностей, которое наблюдается в диэлектрических средах. Еще более сложную структуру приобретают линии поглощения или излучения, когда имеется электрическая связь между отдельными группами излучателей. В этом случае линии могут превращаться в полосы. Такой индивидуальный подход к каждому отдельному сорту связанных пар зарядов не мог быть осуществлён в рамках ранее существующих подходов.

Следует указать ещё на одно важное обстоятельство, которое до настоящего времени не получило должной оценки. При рассмотрении процессов в материальных средах, которыми являются и проводники и диэлектрики во всех соотношениях наряду с диэлектрической и магнитной проницаемостью фигурирует и кинетическая индуктивность зарядов. Это говорит о том, что роль этого параметра при рассмотрении процессов в материальных средах имеет не менее важную роль, чем диэлектрическая и магнитная проницаемость. Это впервые отмечено в ряде уже упомянутых источниках, в том числе и в недавно опубликованной статье [11].

Краткие выводы.

Кажется практически невероятным, что такое большое количество известных физиков, начиная с Друде, Вула и Хевисайда [1,15] и заканчивая Ахиезером, Таммом, Гинзбургом и Ландау [2-5], совершили такую элементарную и в то же время грубую ошибку, которая послужила основанием для развития целого радела в современной физике, в котором рассматривается дисперсия диэлектрической и магнитной проницаемости материальных сред. Но, тем не менее, это так, и данная работа убедительно доказывает, что такая ошибка была совершена и требует своего исправления. Но это означает не только пересмотр идеологической части таких подходов, но и внесение исправлений в громадное количество работ, справочников и фундаментальных монографий, в том числе и в десятитомник Ландау. И эту работу рано или поздно придётся проделать нынешнему поколению учёных. Указанная ошибка привела и к тому, что в поле зрения физиков не попало такое интересное физическое явление, как поперечный плазменный резонанс в незамагниченной плазме, который может иметь важные технические приложения.

Литература

1 Александров А. Ф. Богданкевич Л. С. Рухадзе А. А. Колебания и волны в плазменных средах. Изд. Московского университета, 1990.

2. Ландау Л. Д. Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М: Наука, 1982.

3. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. - М.: Наука. 1967.

4. Ахиезер А. И. Физика плазмы М: Наука, 1974.

5. Тамм И. Е. Основы теории электричества М.: Наука, 1989.

6. Арцимович Л. А. Что каждый физик должен знать о плазме. М.: Атомиздат, 1976.

7. Менде Ф. Ф., Спицын А. И. Поверхностный импеданс сверхпроводников. Киев, Наукова думка, 1985.

8. Менде Ф. Ф. Существуют ли ошибки в современной физике. Харьков, Константа, 2003.

9. Менде Ф. Ф. Непротиворечивая электродинамика. Харьков, НТМТ, 2008.

10. Mende F. F. On refinement of certain laws of classical electrodynamics, arXiv, physics/0402084.

11. Менде Ф. Ф. Роль и место кинетической индуктивности зарядов в классической электродинамике. Инженерная физика, 2012, № 11, сс. 10-19.

12. London F. Superfluids. Vol.1. Microscopic theory of superconductivity.- Nev York: Dower publ., 1950.

13. Mende F. F. Transversal plasma resonance in a nonmagnetized plasma and possibilities of practical employment of it. arXiv, physics/0506081.

14. Ярив А. Квантовая электродинамика и нелинейная оптика. М: Сов. радио, 1973.

15. Ашкрофт Н. Мермин Н. Физика твердого тела. В двух томах. «Мир», 1979.