

---

---

**Ф.Ф. МЕНДЕ**

*доктор техн. наук, директор*

*E-mail: mende\_fedor@mail.ru*

*НИИ Криогенного приборостроения*

*Физико-технический институт низких темпера-*

*тур им Б.И. Веркина НАН Украины*

*Харьков, Украина*

**А.С. ДУБРОВИН,**

*доктор техн. наук, акад. РАН, профессор*

*E-mail: asd\_kiziltash@mail.ru*

*ФКОУ ВПО Воронежский институт ФСИН России*

*г. Воронеж, Российская Федерация*

**ТОКОВАЯ САМОИНДУКЦИЯ  
И МАГНИТНАЯ  
ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЯМА НА  
СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КОЛЬЦАХ**

*Рассмотрено явление токовой самоиндукции и показано, что индуктивность, подключенная к источнику тока, представляет для него активное сопротивление, зависящее от времени. Если же изменяющаяся индуктивность подключена к источнику постоянного тока, то активным сопротивлением является ее производная по времени. Получены соотношения для сверхпроводящих короткозамкнутых контуров, на основании которых предсказана возможность создания магнитной потенциальной ямы с использованием сверхпроводящих колец. В статье описано новое ранее не известное физическое явление – магнитная потенциальная яма на сверхпроводящих кольцах. Это явление заключается в том, что сверхпроводящие кольца, в которых предварительно заморожен ток, при сближении могут попасть в потенциальную яму. Эта их способность имеет важное практическое значение, т.к. может быть использовано для создания высокоточных приборов для измерения силы и ускорений.*

**Ключевые слова:** сверхпроводимость, эффект Мейснера, уравнения Лондонов, индуктивность, потенциальная яма.

**F.F. MENDE**

*Doctor of Techn. Sciences, Director*

*Research institute for cryogenic instrument  
engineering B.I. Verkin Institute for Low Temperature*

*Physics and Engineering NAS Ukraine*

*Kharkov, Ukraine*

*E-mail: mende\_fedor@mail.ru*

**A.S. DUBROVIN,**

*Doctor of Techn. Sciences, Professor*

*E-mail: asd\_kiziltash@mail.ru*

*FKOU VPO Voronezh Institute of Russian Federal*

*Penitentiary Service*

*Voronezh, Russian Federation*

**CURRENT SELF-INDUCTANCE AND  
THE MAGNETIC POTENTIAL WELL IN  
THE SUPERCONDUCTING RINGS**

*The phenomenon of self-inductance and current shows that the inductance is connected to the power source, is the resistance that depends on the time for it. If changing the inductance connected to a DC power source, the active resistance is its derivative with respect to time. The equations for the superconducting short-circuits on the basis of which predicted the possibility of creating a magnetic potential well using superconducting rings. In the article is examined new physical phenomenon – magnetic potential pit on the superconductive circuits. This phenomenon consists in the fact that the superconductive circuits – in which is preliminarily frozen the current, with the rapprochement they can fall into potential well. Their this ability has important practical use, since it can be used for creating the high-precision instruments for measuring of force and accelerations.*

**Key words:** superconductivity, Meissner effect, London equation, inductance, potential pit.

## 1. Введение

Ранее считалось, что индуктивность является реактивным элементом и не может потреблять энергию от источников питания. Однако это не так, при подключении индуктивности к источнику постоянного тока она представляет для него активное сопротивление, зависящее от времени. Если же изменяющаяся индуктивность подключена к источнику постоянного тока, то активным сопротивлением является ее производная по времени.

При охлаждении сверхпроводника, находящегося во внешнем постоянном магнитном поле, в момент перехода в сверхпроводящее состояние магнитное поле полностью вытесняется из его объема. Этим сверхпроводник отличается от идеального проводника, у которого при падении сопротивления до нуля индукция магнитного поля в объеме должна сохраняться без изменения. Отсутствие магнитного поля в объеме проводника позволяет заключить из общих законов магнитного поля, что в нем существует только поверхностный ток. Этот ток физически реален и занимает некоторый тонкий слой вблизи поверхности сверхпроводника. Магнитное поле тока уничтожает внутри сверхпроводника внешнее магнитное поле. В этом отношении сверхпроводник ведет себя формально как идеальный диамагнетик. Однако он не является диамагнетиком, так как внутри него намагниченность равна нулю. Эффект Мейснера, с которым связано рассматриваемое явление не может быть объяснено только бесконечной проводимостью. Впервые его природу объяснили братья Фриц и Хайнц Лондоны с помощью уравнения Лондонов [1, 2]. Они показали, что в сверхпроводнике магнитное поле проникает на фиксированную глубину от поверхности – лондоновскую глубину проникновения  $\lambda$ . Для металлов  $\lambda \approx 10^{-8}$  см.

Если к сверхпроводнику приблизить магнит или виток с током, то в нем возникают незатухающие индуцированные токи, отталкивающие магнит или виток. Это явление используется в сверхпроводящих подвесах, являющихся очень стабильной пружиной, которую можно использовать в высокочувствительных приборах, измеряющих силу. Такими приборами являются гравиметры и акселерометры. При использовании сверхпроводящих подвесов могут быть созданы измерительные приборы для измерения силы, которые по чувствительности и стабильности на несколько порядков превосходят существующие устройства [3].

## 2. Токовая самоиндукция и магнитная потенциальная яма на сверхпроводящих кольцах

Введем понятие потока токовой самоиндукции

$$\Phi_{L,I} = LI.$$

Если индуктивность закорочена, и выполнена из материала, не имеющего активного сопротивления, например, из сверхпроводника, то

$$\Phi_{L,I} = L_1 I_1 = \text{const},$$

где  $L_1$  и  $I_1$  – какие-то начальные значения этих параметров, которые имеются в момент короткого замыкания индуктивности при наличии в ней тока. Этот режим будем называть законом замороженного потока для короткозамкнутых сверхпроводящих контуров [4...6]. При этом выполняется соотношение:

$$I = \frac{I_1 L_1}{L}, \quad (1)$$

где  $I$  и  $L$  – текущие значения соответствующих параметров.

В рассмотренном режиме поток токовой индукции остается неизменным, однако, в связи с тем, что ток в индуктивности может изменяться при ее изменении, такой процесс подпадает под определение параметрической самоиндукции. Энергия, накопленная в индуктивности, при этом будет определяться соотношением

$$W_L = \frac{1}{2} \frac{(L_1 I_1)^2}{L} = \frac{1}{2} \frac{(\text{const})^2}{L}.$$

Напряжение на индуктивности равно производной потока токовой индукции по времени:

$$U = \frac{d\Phi_{L,I}}{dt} = L \frac{\partial I}{\partial t} + I \frac{\partial L}{\partial t}.$$

Рассмотрим случай, когда индуктивность  $L_1$  постоянна, тогда

$$U = L_1 \frac{\partial I}{\partial t}. \quad (2)$$

Обозначая  $\Phi_I = L_1 I$ , получаем  $U = \frac{d\Phi_I}{dt}$ .

Проинтегрировав выражение (2) по времени, получим:

$$I = \frac{Ut}{L_1}. \quad (3)$$

Таким образом, индуктивность, подключенная к источнику постоянного напряжения, представляет для него активное сопротивление [7...9]

$$R = \frac{L_1}{t},$$

которое уменьшается обратно пропорционально времени.

Мощность, расходуемая при этом источником питания, определится соотношением:

$$P(t) = \frac{U^2 t}{L_1}. \quad (4)$$

Эта мощность линейно зависит от времени. Проинтегрировав соотношение (4) по времени, получим энергию, накопленную в индуктивности:

$$W_L = \frac{1}{2} \frac{U^2 t^2}{L_1}. \quad (5)$$

Подставив в выражение (5) значение напряжения из соотношения (3), получаем:

$$W_L = \frac{1}{2} L_1 I^2.$$

Эта энергия может быть возвращена из индуктивности во внешнюю цепь, если индуктивность отключить от источника питания и подключить к ней активное сопротивление.

Теперь рассмотрим случай, когда ток  $I_1$ , протекающий через индуктивность, постоянен, а сама индуктивность может изменяться. В этом случае получаем соотношение

$$U = I_1 \frac{\partial L}{\partial t}. \quad (6)$$

Таким образом, величина

$$R(t) = \frac{\partial L}{\partial t} \quad (7)$$

играет роль активного сопротивления. Активное сопротивление может быть (в зависимости от знака производной), как положительным, так и отрицательным. Это означает, что индуктивность может, как получать энергию извне, так и отдавать ее во внешние цепи.

Вводя обозначение  $\Phi_L = LI_1$  и, учитывая (6), получаем:

$$U = \frac{d\Phi_L}{dt}. \quad (8)$$

Соотношения (1), (5) и (8) будем называть правилами токовой самоиндукции, или правилами потока токовой самоиндукции. Из соотношений (5) и (8) видно, что, как и в случае с электрическим потоком, способ изменения токового потока не влияет на конечный результат, и его производная по времени всегда равна приложенной разности потенциалов. Соотношение (5) определяет токовую самоиндукцию, при которой отсутствуют изменения индуктивности, и поэтому она может быть названа просто токовой самоиндукцией. Соотношения (6), (7) предполагают наличие изменений индуктивности,

поэтому процессы, описываемые этими соотношениями, будем называть токовой параметрической самоиндукцией.

Закон замороженного тока, определяемый соотношением (1) приводит к новому, ранее не известному, явлению, которое может быть названо потенциальной ямой на сверхпроводящих кольцах.

Предположим, что у нас имеется два соосно расположенных сверхпроводящих кольца, в которых заморожены токи. В нижнем кольце заморожен ток, значительно больший, чем ток, замороженный в верхнем кольце. В соответствии с законом Био-Савара магнитная индукция нижнего кольца на оси в плоскости верхнего кольца запишется

$$B = \frac{\mu_0 I_1 R_1^2}{2(R_1^2 + z_0^2)^{\frac{3}{2}}},$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная;  $z_0$  – расстояние между кольцами;  $R_1$  – диаметр нижнего кольца;  $I_1$  – ток, замороженный в нижнем кольце.

Если радиус верхнего кольца составляет  $R_2$ , и его диаметр значительно меньший, чем радиус нижнего кольца, то магнитный поток, создаваемый нижним кольцом и пронизывающий верхнее кольцо, составит

$$\Phi_2 \cong \frac{\mu_0 I_1 R_1^2 R_2^2}{2(R_1^2 + z_0^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Будем считать, что расстояние между кольцами значительно больше, чем диаметр нижнего кольца, тогда

$$\Phi_2 \cong \frac{\mu_0 I_1 R_1^2 R_2^2}{2z_0^3}.$$

Если в верхнем кольце заморожен ток  $I_2$ , то поток с ним связанный запишется

$$\Phi_2 = L_2 I_2,$$

где  $L_2$  – индуктивность верхнего кольца.

Допустим, что в начальном положении колец, направление токов в них совпадает и кольца притягиваются. При опускании нижнего кольца токи индукции будут компенсировать токи в верхнем кольце и ток в нем достигнет нулевого значения, когда будет выполняться равенство

$$\Phi_2 \cong \frac{\mu_0 I_1 R_1^2 R_2^2}{2z_0^3}.$$

При этом расстояние между кольцами составит

$$z_0 = \left( \frac{\mu_0 I_1 R_1^2 R_2^2}{2\Phi_2} \right)^{\frac{1}{3}} = \left( \frac{\mu_0 I_1 R_1^2 R_2^2}{2L_2 I_2} \right)^{\frac{1}{3}}.$$

При получении этого соотношения не учтена взаимная индуктивность колец, т.к. расстояние между кольцами велико, а также считалось, что ток  $I_1$  практически не меняется при приближении верхнего кольца к нижнему.

В точке  $z_0$  токи индукции полностью компенсируют ток, замороженный в верхнем кольце, следовательно, это кольцо уже не будет взаимодействовать с нижним кольцом. При дальнейшем сближении колец ток индукции в верхнем кольце поменяет свое первоначальное направление и будет противоположен по направлению току в нижнем кольце, а, следовательно, начнет от него отталкиваться. Если же кольца будут удаляться друг от друга, то в верхнем кольце возникнут ток, совпадающие по направлению с токами в нижнем кольце, и кольца будут притягиваться. Таким образом, при расположении в точке  $z_0$  верхнее кольцо оказывается в потенциальной яме. Такие свойства сверхпроводящих подвесов в литературных источниках не описаны.

Данный расчет лишь показывает принципиальную возможность получения потенциальной ямы на сверхпроводящих кольцах с замороженными токами. В действительности процесс сложнее, т.к. при несоблюдении поставленных условий необходимо учитывать взаимную индуктивность колец.

При точном решении этой задачи следует учитывать то, что взаимная индуктивность двух колец, лежащих в параллельных плоскостях так, что их центры и оси находятся на одной прямой, перпендикулярной этим плоскостям, определяется соотношением

$$M(z) = \mu_0 f(k) \sqrt{R_1 R_2},$$

где  $R_1$  и  $R_2$  радиусы колец, а

$$f(k) = \left( \frac{2}{k} - k \right) K(k) - \frac{2}{k} E(k) = \frac{2}{k} \left[ \left( 1 - \frac{k^2}{2} \right) K(k) - E(k) \right].$$

В этом соотношении

$$k^2 = \frac{4R_1 R_2}{z^2 + (R_1 + R_2)^2},$$

где  $z$  – расстояние между кольцами, а

$$K(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}},$$

$$E(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} d\theta.$$

В дальнейшем для расчетов будут использованы также собственные индуктивности колец:

$$L_{10} = \mu_0 R_1 \left( \ln \frac{8R_1}{r_1} - 1,75 \right),$$

$$L_{20} = \mu_0 R_2 \left( \ln \frac{8R_2}{r_2} - 1,75 \right),$$

где  $r_1$  и  $r_2$  – радиусы сечения проводов колец.

Возьмем два уединенных сверхпроводящих кольца с собственными индуктивностями  $L_{10}$  и  $L_{20}$  и заморозим в них токи  $I_{10}$  и  $I_{20}$ . Расположим эти кольца соосно на большом расстоянии, таким образом, чтобы направления токов, как и предполагалось в грубом расчете, в них совпадали и начнем их сближать. Тогда будут выполняться следующие соотношения:

$$L_{10} I_1(z) + M(z) I_2(z) = L_{10} I_{10}$$

$$L_{20} I_1(z) + M(z) I_1(z) = L_{20} I_{10}. \quad (9)$$

Эти соотношения физически прозрачны и выражают закон сохранения замороженных потоков в сверхпроводящих кольцах, из них получаем соотношения для токов:

$$I_1(z) = \frac{I_{10} L_{10} L_{20} - I_{20} L_{20} M(z)}{L_{10} L_{20} - M^2(z)}$$

$$I_2(z) = \frac{I_{20} L_{10} L_{20} - I_{10} L_{10} M(z)}{L_{10} L_{20} - M^2(z)}. \quad (10)$$

Из этих соотношений получаем значение взаимной индуктивности, при которой ток в нижнем и верхнем кольце равен нулю:

$$M_1(z_1) = L_1 \frac{I_{10}}{I_{20}},$$

$$M_2(z_2) = L_2 \frac{I_{20}}{I_{10}}.$$

Таким образом, задавая различные начальные значения индуктивностей и замороженные в них токи, можно задавать нулевые значения токов в том или другом кольце при различных расстояниях между ними.

Возьмем следующие радиусы колец:  $R_1 = 10$  см и  $R_2 = 8$  см, а радиусы сечения проводов –  $a_1 = a_2 = 0,1$  см. Графики  $I_1(z)$  и  $I_2(z)$  при различных начальных значениях токов в кольцах, рассчитанные по формулам (10) изображены на рисунках 1 и 2.

Видно, что на обоих рисунках ток в верхнем кольце при определенных расстояниях от нижнего кольца меняет знак. При больших значениях, чем это расстояние, направления токов в кольцах совпадают, и между ними имеется притяжение. При меньших значениях, чем указанное расстояния

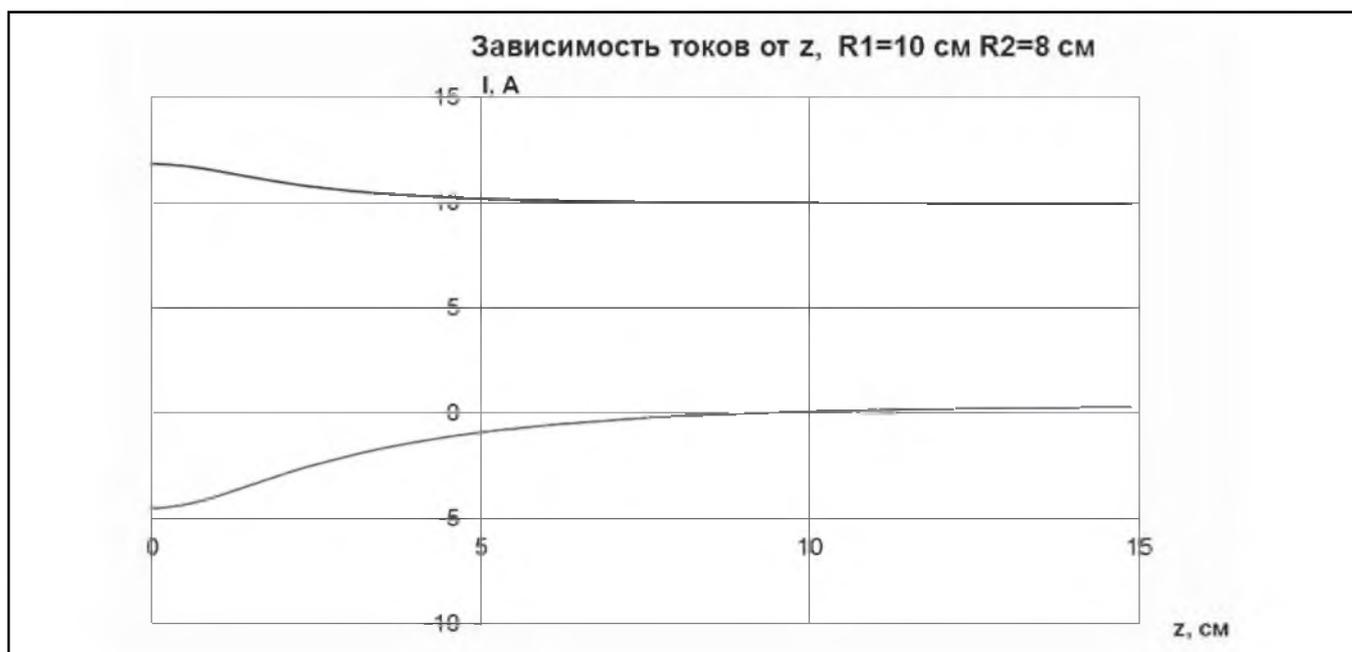


Рис. 1. Графики токов в нижнем кольце (верхняя кривая) и в верхнем кольце (нижняя кривая) при начальных значениях силы тока в нижнем кольце – 10 А и значении силы тока в верхнем кольце – 2 А

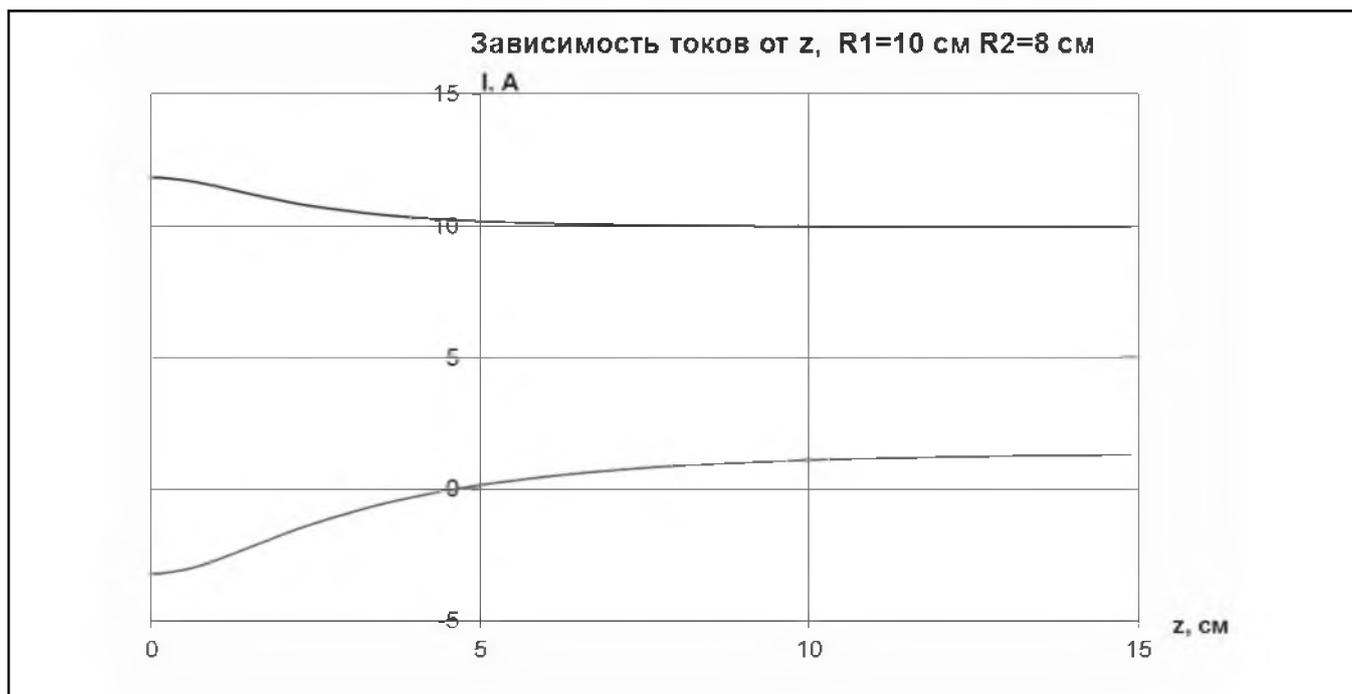


Рис. 2. Графики токов в нижнем кольце (верхняя кривая) и в верхнем кольце (нижняя кривая) при начальных значениях силы тока в нижнем кольце – 10 А и значении силы тока в верхнем кольце – 5 А

направления токов в кольцах противоположны и между ними имеется отталкивание. Следовательно, точка, в которой ток в верхнем кольце меняет знак и есть координата потенциальной ямы.

Идея создания потенциальной ямы на сверхпроводящих кольцах принадлежит авторам монографии, а соотношения (9) были получены участником научного форума Движения за возрождение отечественной науки Иваном Федоровичем Гориным.

### 3. Заключение

Рассмотрено явление токовой самоиндукции и показано, что индуктивность, подключенная к источнику тока, представляет для него активное сопротивление, зависящее от времени. Если же индуктивность, подключенная к источнику постоянного тока, изменяющаяся во времени, то активным сопротивлением является ее производная по времени.

В статье описано новое, ранее не известное, физическое явление – магнитная потенциальная яма на сверхпроводящих кольцах. Это явление заключается в том, что сверхпроводящие кольца, в одном из которых предварительно заморожен ток, при сближении могут попадать в потенциальную яму. Чтобы получить потенциальную яму, необходимо соблюсти определенную процедуру замораживания потоков в кольцах, при которой через верхнее кольцо проникает поток нижнего кольца, однако, ток в этом кольце отсутствует. Рассмотренное явление имеет важное практическое значение, т.к. может быть использовано для создания высокоточных приборов для измерения силы и ускорений. Не исключена возможность того, что именно эффект такой потенциальной ямы обеспечивает стабильность атома, в котором магнитный момент ядра находится в окружении облака электронов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ (REFERENCES)

1. London F. Superfluids. Vol. 1. Microscopic theory of superconductivity. New York: Dower publ., 1950.
2. Менде Ф.Ф., Спицын А.И. *Поверхностный импеданс сверхпроводников*. Киев: Наукова думка, 1985 [Mende F.F., Spitsyn A.I. *The surface impedance of superconductors*. Kiev: Publishing House «Naukova dumka», 1985].
3. Менде Ф.Ф., Бондаренко И.Н., Трубицын А.В. *Сверхпроводящие и охлаждаемые резонансные системы*. Киев: Наукова думка, 1976 [Mende F.F., Bondarenko I.N., Trubitsyn A.V. *Superconducting and cooled resonant systems*. Kiev: Publishing House «Naukova dumka», 1976].
4. Менде Ф.Ф. Новые подходы в современной классической электродинамике. Часть I // *Инженерная физика*. 2013. № 1. С. 35...49 [Mende F.F. New approaches in contemporary classical electrodynamics. Part I. *Engineering physics*. 2013. № 1. Pp. 35...49] (in Russian).
5. Менде Ф.Ф. Великие заблуждения и ошибки физиков XIX–XX столетий. Революция в современной физике. Харьков: НТМТ, 2010. Менде Ф.Ф. Непротиворечивая электродинамика. Харьков: НТМТ, 2008, 153 с.
6. Mende F.F. The problem of contemporary physics and method of their solution. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013.
7. Mende F.F. New Properties of Reactive Elements and the Problem of Propagation of Electrical Signals in Long Lines. American Journal of Electrical and Electronic Engineering. 2014. Vol. 2. No. 5. Pp. 141...145.
8. Mende F.F. Induction and Parametric Properties of Radio-Technical Elements and Lines and Property of Charges and Their Flows. AASCIT Journal of Physics. 2015. Vol. 1. No. 3. Pp. 124...134.
9. Mende F.F. New Properties of Reactive Elements, Lines of Transmission of Energy and the Relaxation Properties of Electronic Fluxes and Conductors. AASCIT Journal of Physics. 2015. Vol. 1. No. 3. Pp. 190...200.

---

### Сведения об авторах

**Менде Федор Федорович**, доктор техн. наук, директор

E-mail: [mende\\_fedor@mail.ru](mailto:mende_fedor@mail.ru)

НИИ Криогенного приборостроения Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины

61103, Украина, Харьков, пр. Ленина, 47

**Дубровин Анатолий Станиславович**, доктор техн. наук, акад. Российской Академии Естествознания, профессор кафедры информационной безопасности телекоммуникационных систем факультета внебюджетного образования ФКОУ ВПО Воронежский институт ФСИН России

394072, г. Воронеж, Российская Федерация, ул. Иркутская 1-а.

E-mail: [asd\\_kiziltash@mail.ru](mailto:asd_kiziltash@mail.ru)

### Information about authors

**Mende Fedor F.**, Doctor of Techn. Sciences, Director

E-mail: [mende\\_fedor@mail.ru](mailto:mende_fedor@mail.ru)

Research institute for cryogenic instrument engineering B.I. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering NAS Ukraine

61103, Kharkov, Ukraine, Lenin Ave., 47

**Dubrovin Anatoliy S.**, Doctor of Techn. Sciences, Professor

FKOU VPO Voronezh Institute of Russian Federal Penitentiary Service

394072, Voronezh, Russian Federation, Irkutskaya str., 1-a.

E-mail: [asd\\_kiziltash@mail.ru](mailto:asd_kiziltash@mail.ru)