

# Униполярная индукция и униполярные генераторы

Ф. Ф. Менде

Униполярная индукция была открыта Фарадеем более 200 лет назад, но и до настоящего времени физические принципы работы некоторых конструкций униполярных генераторов остаются неясны. Принцип действия таких генераторов не находит своего объяснения в рамках закона индукции Фарадея и отнесён к исключению из этого закона. В статье проведено рассмотрение принципа действия униполярных генераторов в концепции скалярно-векторного потенциала и показано, что в этой концепции находит объяснение работа всех существующих типов униполярных генераторов. Предложено несколько новых конструкций униполярных генераторов, в которых используются вращающиеся намагниченные ролики.

Ключевые слова: униполярная индукция, униполярный генератор, скалярно-векторный потенциал.

## 1. Введение

Униполярная индукция была открыта Фарадеем более 200 лет назад, но и до настоящего времени физические принципы работы некоторых конструкций униполярных генераторов остаются неясны. Принцип действия таких генераторов не находит своего объяснения в рамках закона индукции Фарадея и отнесён к исключению из этого закона [1]. Были попытки объяснить работу таких генераторов действием на движущиеся заряды силы Лоренца, используя концепцию магнитного поля, но оказалось, что существуют такие конструкции, в которых объяснить их принцип действия таким способом нельзя. До сих пор нет объяснения, почему между периферией и осью вращающегося намагниченного диска возникает электродвижущая сила (ЭДС). Между периферией и осью

проводящего диска, вращающегося совместно с намагниченным диском, также возникает ЭДС и этот феномен также не находит своего объяснения в концепции магнитного поля.

Начиная рассмотрение вопроса об униполярной индукции, необходимо чётко разграничить понятия разности потенциалов и электродвижущей силы. Скалярный потенциал неподвижного заряда определяется соотношением

$$\varphi_0(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon r},$$

где  $Q$  - величина заряда, а  $\epsilon$  - диэлектрическая проницаемость среды.

Электрическое поле является градиентом скалярного потенциала

$$\vec{E} = -grad \varphi_0(r).$$

Это поле является потенциальным, а это означает, что при переносе пробного заряда в этом поле по любой замкнутой траектории работа не совершается, т.е. выполняется условие

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = 0.$$

Электродвижущая сила есть скалярная величина, характеризующая работу сторонних (непотенциальных) сил в замкнутом проводящем контуре и определяет работу этих сил по перемещению единичного заряда вдоль контура. В этом случае

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = U,$$

где  $U$  есть ЭДС, генерируемая в контуре.

ЭДС может быть определена и на любом участке замкнутого контура, при этом работа определяется произведением ЭДС на этом участке и величины заряда, перемещаемого на этом участке. И разность потенциала и ЭДС измеряются в вольтах, но это различные понятия.

В обычных электрогенераторах ЭДС генерируется в замкнутом неподвижном или движущемся контуре, частью которого является нагрузка, в которой выделяется энергия. Отличим униполярного генератора от таких генераторов

является то, что в нём замкнутый контур всегда является составным: одна часть этого контура является неподвижной, а вторая движется относительно первой. Гальванический контакт между этими частями обеспечивается при помощи скользящих щёток. В обеих частях замкнутого контура униполярного генератора возбуждаются свои разности потенциалов, которые в сумме и дают полную ЭДС. Если речь идёт о постоянном токе, то ЭДС может генерироваться только в замкнутом контуре.

Концепция скалярно-векторного потенциала, развитая в работах [2-5], предполагает зависимость скалярного потенциала заряда от скорости

$$\varphi(v) = \varphi_0 ch \frac{v_{\perp}}{c},$$

где  $v_{\perp}$  - скорость заряда нормальная к вектору, соединяющему движущийся заряд с точкой наблюдения,  $c$  - скорость света. Использование этой концепции даёт возможность не только объяснить работу всех существующих типов униполярных генераторов, но и ответить на вопрос о поляризации движущегося магнита.

## **2. Концепции скалярно-векторного потенциала**

Уравнения Максвелла не дают возможности записать поля в движущихся инерциальных системах отсчёта (ИСО), если известны поля в неподвижной системе. Эта задача решается при помощи преобразований Лоренца, однако, эти преобразования из классической электродинамики не следуют. В униполярном генераторе электрические поля возникают в элементах, вращающихся по отношению к неподвижной системе отсчёта, но вращающаяся система отсчёта не является инерциальной. По этой причине для объяснения принципа действия униполярного генератора нельзя применить ни принципы классической электродинамики, ни преобразования Лоренца. Поэтому возникает вопрос, могут ли принципы классической электродинамики дать правильный ответ по

определению полей в движущихся ИСО, и если да, то, как должны выглядеть при этом уравнения индукции.

Указания на то, каким образом могут быть записаны поля в движущейся системе отсчёта, если они известны в неподвижной, имеются уже в законе Фарадея, поскольку при его записи используется субстанциональная производная. Для рассмотрения этого вопроса перепишем закон Фарадея в уточненном виде [5]:

$$\oint \vec{E}' d \vec{l}' = - \frac{d \Phi_B}{d t} . \quad (2.1)$$

Уточнение закона, вернее его записи, касается лишь того обстоятельства, что если мы определяем контурный интеграл в движущейся (штрихованной) системе отсчёта, то около  $\vec{E}$  и  $d \vec{l}$  должны стоять штрихи. Если же контурный интеграл определяется в неподвижной ИСО, то штрихи около  $\vec{E}$  и  $d \vec{l}$  отсутствуют, но при этом справа в выражении (2.1) должна стоять частная производная по времени. Обычно это обстоятельство в литературе по данному вопросу не оговаривается.

Полная производная по времени в соотношении (2.1) означает независимость конечного результата появления э.д.с. в контуре от способа изменения потока, т.е. поток может изменяться как за счет локальной производной индукции по времени, так и за счет её конвективной части, поскольку система, в которой определяется  $\oint \vec{E}' d \vec{l}'$ , движется в пространственно меняющемся поле  $\vec{B}$ . В соотношении (2.1) величина

$$\Phi_B = \int \vec{B} d \vec{S}' , \quad (2.2)$$

является магнитным потоком, где магнитная индукция  $\vec{B} = \mu \vec{H}$  определена в неподвижной системе отсчёта, а элемент  $d \vec{S}'$  определяется в движущейся ИСО. Учитывая (2.2), из (2.1) получаем

$$\oint \vec{E}' d \vec{l}' = - \frac{d}{d t} \int \vec{B} d \vec{S}' , \quad (2.3)$$

и далее, поскольку  $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \text{ grad}$ , запишем

$$\oint \vec{E}' d\vec{l}' = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} - \int [\vec{B} \times \vec{V}] d\vec{l}' - \int \vec{V} \text{div} \vec{B} d\vec{S}'. \quad (2.4)$$

В данном случае контурный интеграл берется по контуру  $d\vec{l}'$ , охватывающему площадку  $d\vec{S}'$ . Сразу отметим, что все дальнейшее изложение будет вестись в предположении справедливости преобразований Галилея, т.е.  $d\vec{l}' = d\vec{l}$  и  $d\vec{S}' = d\vec{S}$ . Из (2.4) следует хорошо известный результат:

$$\vec{E}' = \vec{E} + [\vec{V} \times \vec{B}], \quad (2.5)$$

из которого следует, что при движении заряда в магнитном поле на него действует дополнительное электрическое поле, определяемое вторым слагаемым правой части соотношения (2.5). Заметим, что это соотношение мы получили не из преобразований Лоренца, а всего лишь несколько уточнив закон индукции Фарадея. Таким образом, сила Лоренца

$$\vec{F}_L = e\vec{E} + e[\vec{V} \times \vec{B}]$$

является прямым следствием такого уточненного закона.

Из соотношения (2.5) следует, что при движении в магнитном поле на заряд действует сила нормальная к направлению его движения. Однако, физическая природа этой силы не ясна и со времён Лоренца и Пуанкаре она вводится как экспериментальный постулат. Но нельзя не отметить, что нам не известны такие законы механики, когда при равномерном прямолинейном движении тела на него действует сила, зависящая от скорости тела и нормальная к направлению его движения.

Для выяснения физической природы возникновения такой силы запишем  $\vec{B}$  и  $\vec{E}$  в терминах магнитный векторный потенциал  $\vec{A}_B$ :

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}_B, \quad \vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}_B}{\partial t}. \quad (2.6)$$

Тогда соотношение (2.5) можно переписать

$$\vec{E}' = -\frac{\partial \vec{A}_B}{\partial t} + [\vec{V} \times \text{rot } \vec{A}_B], \quad (2.7)$$

и далее:

$$\vec{E}' = -\frac{\partial \vec{A}_B}{\partial t} - (\vec{V} \nabla) \vec{A}_B + \text{grad}(\vec{V} \vec{A}_B). \quad (2.8)$$

Первые два члена правой части равенства (2.8) можно собрать в полную производную векторного потенциала по времени, а именно:

$$\vec{E}' = -\frac{d \vec{A}_B}{d t} + \text{grad}(\vec{V} \vec{A}_B). \quad (2.9)$$

Из соотношения (2.8) видно, что напряженность поля, а, следовательно, и сила, действующая на заряд, состоит из трех частей.

Первая из них обязана локальной производной по времени магнитного векторного потенциала. Смысл второго слагаемого правой части соотношения (2.8) тоже понятен. Оно связано с изменением векторного потенциала, но уже за счет того, что заряд движется в пространственно меняющемся поле этого потенциала. Иная природа последнего слагаемого правой части соотношения (2.8). Оно связано с наличием потенциальных сил, т.к. потенциальная энергия заряда, движущегося в поле потенциала  $\vec{A}_B$  со скоростью  $\vec{V}$ , равна  $-e (\vec{V} \vec{A}_B)$ . Величина же  $e \text{grad}(\vec{V} \vec{A}_B)$  определяет силу потенциального характера, точно так же, как определяет силу градиент скалярного потенциала.

Соотношение (2.8) дает возможность физически объяснить все составляющие напряженности электрического поля, возникающего в неподвижной и движущейся

систем отсчёта. В случае униполярного генератора в формировании силы, действующей на заряд, принимают участие два последних слагаемых правой части равенства (2.8).

Таким образом, говорить об униполярном генераторе как об “исключении из правила потока”, как это делается в работе [1] нельзя, т.к. правило потока, это совокупность всех трех составляющих. Беря ротор от обеих частей равенства (2.9) и учитывая, что  $\text{rot grad} \equiv 0$ , получаем

$$\text{rot } \vec{E}' = -\frac{d \vec{B}}{d t} . \quad (2.10)$$

Если движения нет, то соотношение (2.10) превращается в первое уравнение Максвелла. Конечно, по своей информативности соотношение (2.10) сильно уступает соотношению (2.1), т.к. в связи с тем, что  $\text{rot grad} \equiv 0$ , в нем отсутствует информация о потенциальных силах, обозначенных через  $e \text{ grad } (\vec{V} \vec{A}_B)$ . Поэтому, если нас интересуют все составляющие электрических полей, действующих на заряд, как в неподвижной, так и в движущейся ИСО, мы должны пользоваться соотношением (2.1).

Подводя предварительный итог, можно сказать, что при более внимательном рассмотрении закона Фарадея (2.1) можно достаточно ясно понять все особенности работы униполярного генератора, можно также утверждать, что принцип действия униполярного генератора не является исключением из правила потока (2.1), а является его следствием. Утверждение Фейнмана о том, что

правило  $[\vec{V} \times \vec{B}]$  для “движущегося контура” и  $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  для “меняющегося

поля” являются двумя совершенно различными законами не соответствует действительности. Как раз тем единым основополагающим принципом, на отсутствие которого указывает Фейнман, и является закон Фарадея [5]. .

Таким образом, мы должны заключить, что движущийся или неподвижный заряд взаимодействует не с магнитным полем, а с полем магнитного векторного потенциала, и только знание этого потенциала и его эволюции дают возможность вычислить все составляющие сил, действующих на заряды. Магнитное же поле является всего лишь пространственной производной такого векторного поля.

Но нельзя не отметить, что нам пока не ясна физическая природа самого векторного потенциала.

Из сказанного следует, что запись силы Лоренца в терминах магнитного векторного потенциала:

$$\vec{F}' = e \vec{E} + e [\vec{V} \times \text{rot } \vec{A}_B] = e \vec{E} - e(\vec{V} \nabla) \vec{A}_B + e \text{grad}(\vec{V} \vec{A}_B) \quad (2.11)$$

более предпочтительна, т.к. дает возможность понять полную структуру такой силы.

Закон Фарадея (2.1) называется законом электромагнитной индукции в связи с тем, что он определяет, каким образом изменение магнитных полей приводит к появлению электрических полей. Однако, в классической электродинамике отсутствует закон магнитоэлектрической индукции, который бы показывал, каким образом изменение электрических полей приводит к возникновению магнитных полей. Развитие классической электродинамики в этой части следовало по другому пути. Сначала был известен закон Ампера:

$$\oint \vec{H} d \vec{l} = I, \quad (2.12)$$

где  $I$  – ток, пересекающий площадку, охватываемую контуром интегрирования. В дифференциальной форме соотношение (2.12) имеет вид:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j}_\sigma, \quad (2.13)$$

где  $\vec{j}_\sigma$  – плотность тока проводимости.

Максвелл дополнил соотношение (2.13) током смещения



$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j}_\sigma + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} . \quad (2.14)$$

Однако во времена Ампера и Максвелла не был установлен закон индукции

$$\oint \vec{H}' d \vec{l}' = \frac{d \Phi_D}{d t} , \quad (2.15)$$

где  $\Phi_D = \int \vec{D} d S'$  поток электрической индукции, поскольку для установления такого закона тогда не хватало чувствительности измерительных приборов.

Уже позже в 1878 году Роуланд (Н. Rowland) экспериментально доказал, что конвекционный ток свободных зарядов на движущемся проводнике по своему магнитному действию тождественен с током проводимости в покоем проводнике.

Соотношение (2.15) можно переписать следующим образом:

$$\oint \vec{H}' d \vec{l}' = \int \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d \vec{S} + \oint [\vec{D} \times \vec{V}] d \vec{l}' + \int \vec{V} \text{div } \vec{D} d \vec{S}' . \quad (2.16)$$

В отличие от магнитных полей, когда  $\text{div } \vec{B} = 0$ , для электрических полей  $\text{div } \vec{D} = \rho$  и последнее слагаемое в правой части соотношения (2.16) дает ток проводимости  $I$ , т.е. из соотношения (2.15) следует закон Ампера. Из соотношения (2.16) следует также и равенство:

$$\vec{H} = [\vec{D} \times \vec{V}] , \quad (2.17)$$

которое ранее можно было получить только из преобразований Лоренца.

Более того, как показано в работе [1], из соотношения (2.17) следует и закон Био-Савара, если для вычисления магнитных полей взять только электрические поля движущихся зарядов. В этом случае последний член правой части соотношения (2.16) можно опустить, и законы индукции приобретают симметричную форму:

$$\oint \vec{E}' d\vec{l}' = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} dS - \oint [\vec{B} \times \vec{V}] d\vec{l}' ,$$

$$\oint \vec{H}' d\vec{l}' = \int \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} dS + \oint [\vec{D} \times \vec{V}] d\vec{l}' .$$
(2.18)

$$\vec{E}' = \vec{E} + [\vec{V} \times \vec{B}] ,$$

$$\vec{H}' = \vec{H} - [\vec{V} \times \vec{D}] .$$
(2.19)

Заметим, что ранее соотношения (2.19) можно было получить только из преобразований Лоренца, т.е. в рамках СТО. Таким образом, с точностью до членов  $\sim \frac{V}{c}$  результаты СТО следуют из законов индукции в рамках преобразований Галилея. Покажем, что из законов индукции (2.18) следуют и результаты СТО с точностью до членов  $\sim \frac{V^2}{c^2}$ . Однако, перед этим мы введем еще один векторный потенциал, который в классической электродинамике не вводился. Для вихревых полей примем [2]

$$\vec{D} = \text{rot } \vec{A}_D ,$$
(2.20)

где  $\vec{A}_D$  – электрический векторный потенциал. Тогда из (2.18) следует

$$\vec{H}' = \frac{\partial \vec{A}_D}{\partial t} + [\vec{V} \nabla] \vec{A}_D - \text{grad} [\vec{V} \vec{A}_D] ,$$
(2.21)

или

$$\vec{H}' = \frac{\partial \vec{A}_D}{\partial t} - [\vec{V} \times \text{rot } \vec{A}_D] ,$$
(2.22)

или

$$\vec{H}' = \frac{d \vec{A}_D}{d t} - \text{grad} [\vec{V} \vec{A}_D] .$$
(2.23)

Эти соотношения являются записью закона магнитоэлектрической индукции в терминах электрического векторного потенциала.

Соотношения (2.19) свидетельствуют о том, что в случае относительного движения систем отсчета, между полями  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  существует перекрестная связь, т.е. движение в полях  $\vec{H}$  приводит к появлению полей  $\vec{E}$  и наоборот. Отсюда вытекают дополнительные следствия, которые впервые были рассмотрены в работе [2]. Электрическое поле  $E = \frac{g}{2\pi\epsilon r}$  за пределами длинного заряженного стержня, на единицу длины которого приходится погонный заряд  $g$ , убывает по закону  $\frac{1}{r}$ , где  $r$  - расстояние от поверхности стержня до точки наблюдения.

Если параллельно оси стержня в поле  $E$  начать двигать со скоростью  $\Delta v$  другую ИСО, то в ней появится дополнительное магнитное поле  $\Delta H = \epsilon E \Delta v$ . Если теперь по отношению к уже движущейся ИСО начать двигать третью систему отсчета со скоростью  $\Delta v$ , то уже за счет движения в поле  $\Delta H$  появится добавка к электрическому полю  $\Delta E = \mu \epsilon E (\Delta v)^2$ . Данный итерационный процесс можно продолжать и далее, в результате чего может быть получен ряд, дающий величину электрического поля  $E'_v(r)$  в движущейся ИСО, при достижении скорости  $v = n\Delta v$ , когда  $\Delta v \rightarrow 0$ , а  $n \rightarrow \infty$ . В конечном итоге в движущейся ИСО величина динамического электрического поля окажется больше, чем в исходной и определится соотношением:

$$E'(r, v_{\perp}) = \frac{gch \frac{v_{\perp}}{c}}{2\pi\epsilon r} = Ech \frac{v_{\perp}}{c}.$$

Если речь идет об электрическом поле одиночного заряда  $e$ , то его электрическое поле будет определяться соотношением:

$$E'(r, v_{\perp}) = \frac{ech \frac{v_{\perp}}{c}}{4\pi\epsilon r^2}, \quad (2.24)$$

где  $v_{\perp}$  - нормальная составляющая скорости заряда к вектору, соединяющему движущийся заряд и точку наблюдения.

Выражение для скалярного потенциала, создаваемого движущимся зарядом, для этого случая запишется следующим образом:

$$\phi'(r, v_{\perp}) = \frac{ech \frac{v_{\perp}}{c}}{4\pi\epsilon r} = \phi(r)ch \frac{v_{\perp}}{c}, \quad (2.25)$$

где  $\phi(r)$  - скалярный потенциал неподвижного заряда. Потенциал  $\phi'(r, v_{\perp})$  может быть назван скалярно-векторным потенциалом, т.к. он зависит не только от абсолютной величины заряда, но и от скорости и направления его движения по отношению к точке наблюдения.

Применяя для вычисления преобразования магнитных полей тот же метод, получаем:

$$H'(v_{\perp}) = Hch \frac{v_{\perp}}{c}.$$

где  $v_{\perp}$  есть скорость ИСО нормальная к направлению магнитного поля.

Если применить полученные результаты к электромагнитной волне и обозначить компоненты полей параллельные скорости ИСО, как  $E_{\uparrow}$  и  $H_{\uparrow}$ , а  $E_{\perp}$  и  $H_{\perp}$ , как компоненты нормальные к ней, то при преобразовании полей компоненты, параллельные скорости не изменятся, а компоненты, нормальные направлению скорости преобразуются по правилу.

$$\begin{aligned}\vec{E}'_{\perp} &= \vec{E}_{\perp} ch \frac{v}{c} + \frac{v}{c} \vec{v} \times \vec{B}_{\perp} sh \frac{v}{c}, \\ \vec{B}'_{\perp} &= \vec{B}_{\perp} ch \frac{v}{c} - \frac{1}{vc} \vec{v} \times \vec{E}_{\perp} sh \frac{v}{c},\end{aligned}\tag{2.26}$$

где  $c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}}$  – скорость света.

Преобразования полей (2.26) были впервые получены в работе [5].

Итерационный метод, используемый для получения приведенных преобразований, нельзя считать строгим, поскольку не ясна его сходимость

Более строгий вывод, предложенный Н. А. Дробышевым [6] можно получить в матричной форме.

Рассмотрим совокупность ИСО таких, что ИСО  $K_1$  движется со скоростью  $\Delta v$  относительно ИСО  $K$ , ИСО  $K_2$  движется с такой же скоростью  $\Delta v$  относительно  $K_1$  и т.д. Если модуль скорости  $\Delta v$  мал (по сравнению со скоростью света  $c$ ), то для поперечных составляющих полей в ИСО  $K_1 K_2, \dots$  имеем:

$$\begin{aligned}\vec{E}_{1\perp} &= \vec{E}_{\perp} + \Delta \vec{v} \times \vec{B}_{\perp} & \vec{B}_{1\perp} &= \vec{B}_{\perp} - \Delta \vec{v} \times \vec{E}_{\perp} / c^2 \\ \vec{E}_{2\perp} &= \vec{E}_{1\perp} + \Delta \vec{v} \times \vec{B}_{1\perp} & \vec{B}_{2\perp} &= \vec{B}_{1\perp} - \Delta \vec{v} \times \vec{E}_{1\perp} / c^2\end{aligned}\tag{2.27}$$

и т. д. При переходе к каждой следующей ИСО поля получают приращения  $\Delta \vec{E}$  и  $\Delta \vec{B}$

$$\Delta \vec{E} = \Delta \vec{v} \times \vec{B}_{\perp}, \quad \Delta \vec{B} = -\Delta \vec{v} \times \vec{E}_{\perp} / c^2\tag{2.28}$$

где поля  $\vec{E}_{\perp}$  и  $\vec{B}_{\perp}$  относятся к текущей ИСО. Направляя декартову ось  $X$  вдоль  $\Delta \vec{v}$ , перепишем (2.28) в компонентах вектора

$$\Delta E_y = -B_z \Delta v, \quad \Delta E = B_y \Delta v, \quad \Delta B_y = E_z \Delta v / c^2\tag{2.29}$$

Соотношение (2.29) можно представить в матричной форме

$$\Delta U = AU\Delta v \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/c^2 & 0 & 1 \\ -1/c^2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad U = \begin{pmatrix} E_y \\ E_z \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix}$$

Если предположить, что скорость системы суммируется по классическому закону сложения скоростей, т.е. скорость конечной ИСО  $K' = K_N$  относительно исходной  $K$  есть  $v = N\Delta v$ , то получим матричную систему дифференциальных уравнений

$$\frac{dU(v)}{dv} = AU(v) \quad (2.30)$$

С независимой от скорости  $v$  матрицей системы  $A$ . Решение системы выражается через матричную экспоненту  $\exp(vA)$ :

$$U' \equiv U(v) = \exp(vA)U, \quad U = U(0) \quad (2.31)$$

Здесь  $U$  - матрица-столбец полей в системе  $K$ , а  $U'$  - матрица-столбец полей в системе  $K'$ . Подставляя (2.31) в систему (2.30), убеждаемся, что  $U'$  действительно является решением системы (2.30):

$$\frac{dU(v)}{dv} = \frac{d[\exp(vA)]}{dv}U = A\exp(vA)U = AU(v)$$

Остаётся найти эту экспоненту разложением её в ряд:

$$\exp(va) = E + vA + \frac{1}{2!}v^2A^2 + \frac{1}{3!}v^3A^3 + \frac{1}{4!}v^4A^4 + \dots$$

где  $E$  - единичная матрица размером  $4 \times 4$ . Для этого удобно записать матрицу  $A$  в блочной форме

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -\alpha \\ \alpha/c^2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad 0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Тогда

$$A^2 = \begin{pmatrix} -\alpha^2 / c^2 & 0 \\ 0 & -\alpha / c^2 \end{pmatrix}, \quad A^3 = \begin{pmatrix} 0 & \alpha^3 / c^2 \\ -\alpha^3 / c^4 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A^4 = \begin{pmatrix} \alpha^4 / c^4 & 0 \\ 0 & \alpha^4 / c^4 \end{pmatrix}, \quad A^5 = \begin{pmatrix} 0 & -\alpha^5 / c^4 \\ \alpha^5 / c^6 & 0 \end{pmatrix} \dots$$

И элементы матричной экспоненты имеют вид

$$[\exp(vA)]_{11} = [\exp(vA)]_{22} = I - \frac{v^2}{2!c^2} + \frac{v^4}{4!c^4} - \dots,$$

$$[\exp(vA)]_{21} = -c^2 [\exp(vA)]_{12} = \frac{\alpha}{c} \left( \frac{v}{c} I - \frac{v^3}{3!c^3} + \frac{v^5}{5!c^5} - \dots \right),$$

где  $I$  - единичная матрица  $2 \times 2$ . Нетрудно видеть, что  $-\alpha^2 = \alpha^4 = -\alpha^6 = \alpha^8 = \dots = I$ , поэтому окончательно получаем

$$\exp(vA) = \begin{pmatrix} Ich v/c & -c\alpha sh v/c \\ (\alpha sh v/c)/c & Ich v/c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ch v/c & 0 & 0 & -csh v/c \\ 0 & ch v/c & csh v/c & 0 \\ 0 & (ch v/c)/c & ch v/c & 0 \\ -(sh v/c)/c & 0 & 0 & ch v/c \end{pmatrix}$$

Теперь возвращаемся к (2.31) и подставляя туда  $\exp(vA)$ , находим

$$E'_y = E_y ch v/c - cB_z sh v/c, \quad E'_z = E_z ch v/c + cB_y sh v/c, \\ B'_y = B_y ch v/c + (E_z/c) sh v/c, \quad B'_z = B_z ch v/c - (E_y/c) sh v/c,$$

Или в векторной записи

$$\begin{aligned}\vec{E}'_{\perp} &= \vec{E}_{\perp} ch \frac{v}{c} + \frac{v}{c} \vec{v} \times \vec{B}_{\perp} sh \frac{v}{c}, \\ \vec{B}'_{\perp} &= \vec{B}_{\perp} ch \frac{v}{c} - \frac{1}{vc} \vec{v} \times \vec{E}_{\perp} sh \frac{v}{c}.\end{aligned}\tag{2.32}$$

Это и есть преобразования (2.26)

### 3. Объяснение принципа действия униполярных генераторов в рамках концепции скалярно-векторного потенциала

Концепция скалярно-векторного потенциала даёт возможность объяснить принцип действия всех существующих типов униполярных генераторов [7-10].

Будем считать, что магнит можно представить в виде рамки, по которой течёт ток (рис. 1).

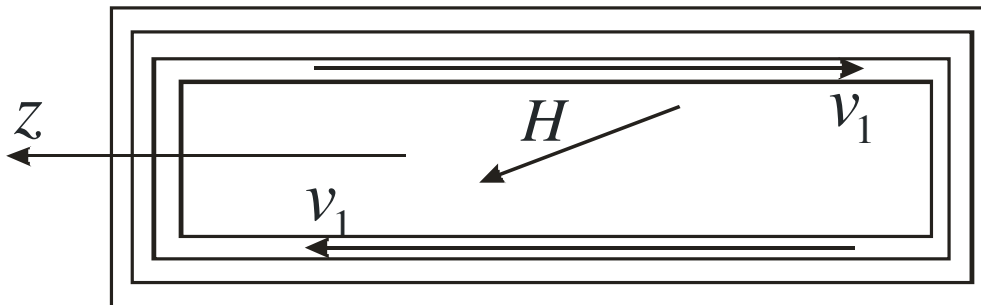


Рис. 1. Рамка с током, по которой течёт ток.

В проводнике имеется две подсистемы взаимно вложенных зарядов: ионы положительно заряженной решетки и электроны. Эти две подсистемы нейтрализуют друг друга, делая проводник нейтральным. Когда по проводнику течёт ток и сам проводник неподвижен, то относительно неподвижного наблюдателя движутся только электроны.



На рис. 1 указанные подсистемы раздвинуты. Внешний контур представляет положительно заряженную неподвижную решетку, а внутренний контур представляет ток движущихся электронов, которые и генерируют магнитное поле.

Если рамка с током движется в направлении  $z$ , то по отношению к неподвижному наблюдателю скорость электронов в нижнем и верхнем участке рамки меняется по-разному: в верхнем участке она увеличивается, а в нижнем – уменьшается. В то время как скорость решетки одинакова и в верхнем, и в нижнем участке и равна скорости движения рамки.

Рассмотрим случай, когда имеется отрезок проводника, по которому течёт ток (рис.2). Будем также считать, что в проводнике имеются две подсистемы взаимно вложенных зарядов положительной решетки  $g^+$  и свободных электронов  $g^-$ . Для удобства рассмотрения на рисунке эти две подсистемы раздвинуты по координате  $r$ .

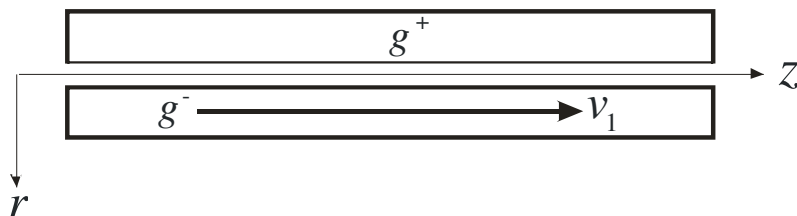


Рис. 2. Отрезок проводник, по которому течёт ток.

Электрическое поле, создаваемое неподвижной решеткой в зависимости от координаты  $r$ , имеет вид:

$$E^+ = \frac{g}{2\pi\epsilon r} \quad (3.1)$$

где  $g$  - положительный зарядов, приходящийся на единицу длины проводника.

Как и в соотношении (3.1), при дальнейшем рассмотрении будем вводить только абсолютные значения плотностей как положительных, так и

отрицательных зарядов, считая абсолютные величины электрических полей, совпадающие по направлению с  $r$  положительными, а противоположные этому направлению – отрицательными.

Используя соотношение (2.25), получаем значения электрических полей, создаваемых электронами, движущимися в проводнике со скоростью  $v_1$

$$E^- = -\frac{g}{2\pi\epsilon r} ch \frac{v_1}{c} \cong -\frac{g}{2\pi\epsilon r} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{c^2} \right). \quad (3.2)$$

В данном соотношении взяты только два первых члена разложения в ряд гиперболического косинуса.

Складывая (3.1) и (3.2), получаем суммарное значение электрического поля на расстоянии  $r$  от оси проводника:

$$E = -\frac{gv_1^2}{2\pi\epsilon c^2 r}.$$

Это соотношение указывает на то, что вокруг проводника, по которому движутся электроны, создаётся электрическое поле, соответствующее отрицательному заряду проводника. Однако это поле при тех плотностях токов, которые могут быть обеспечены в нормальных проводниках, имеет незначительную величину, и при помощи существующих измерительных средств обнаружено быть не может. Оно может быть обнаружено только при использовании сверхпроводников, где плотность токов может на много порядков превосходить токи в нормальных металлах [4].

Рассмотрим случай, когда сам отрезок проводника, по которому со скоростью  $v_1$  текут электроны, движется в обратном направлении со скоростью  $v$  (Рис. 3).

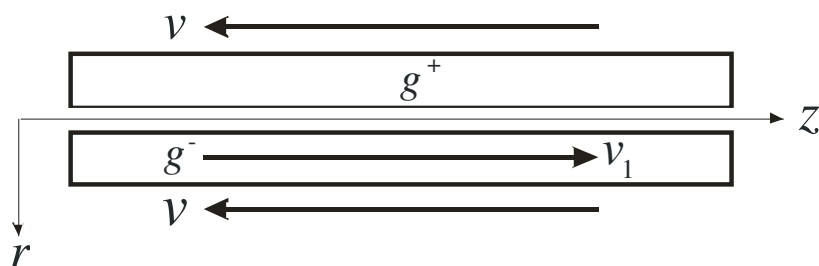


Рис. 3. Отрезок проводника с током, движущийся со скоростью  $v$ .

В этом случае соотношения (3.1) и (3.2) примут вид

$$E^+ = \frac{g}{2\pi\epsilon r} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right) \quad (3.3)$$

$$E^- = -\frac{g}{2\pi\epsilon r} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{(v_1 - v)^2}{c^2} \right) \quad (3.4)$$

Складывая (3.3) и (3.4), получаем суммарное поле

$$E_\Sigma = \frac{g}{2\pi\epsilon r} \left( \frac{v_1 v}{c^2} - \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{c^2} \right) \quad (3.5)$$

Будем считать, что скорость механического движения проводника значительно больше, чем дрейфовая скорость электронов. Тогда в соотношении (3.5) вторым членом в скобках можно пренебречь, и окончательно получаем:

$$E \cong \frac{g v_1 v}{2\pi\epsilon c^2 r} \quad (3.6)$$

Полученный результат означает, что вокруг движущегося проводника, по которому течёт ток, по отношению к неподвижному наблюдателю также образуется электрическое поле, но оно значительно больше, чем в случае неподвижного проводника с током. Это поле равнозначно появлению на этом проводнике удельного положительного заряда равного

$$g^+ = \frac{g v_1 v}{c^2} \quad (3.7)$$

Если параллельно с проводником с такой же скоростью движется пластинка (показана в нижней части рисунка 4), ширина которой равна  $r_2 - r_1$ , то между её краями будет наблюдаться разность потенциалов

$$U_1 = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{g v_1^2 dr}{2\pi\epsilon c^2 r} = -\frac{g v_1^2}{2\pi\epsilon c^2} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (3.8)$$

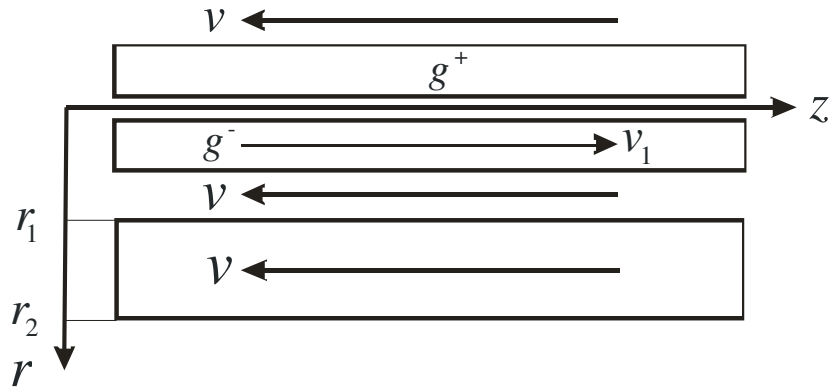


Рис.4. Проводящая пластинка движется с той же скоростью, что и проводник.

Разность потенциалов по отношению же к неподвижному наблюдателю между точками  $r_1$  и  $r_2$  получим, проинтегрировав равенство (3.6)

$$U_2 = \frac{g v_1 v}{2\pi \epsilon c^2} \ln \frac{r_2}{r_1}, \quad (3.9)$$

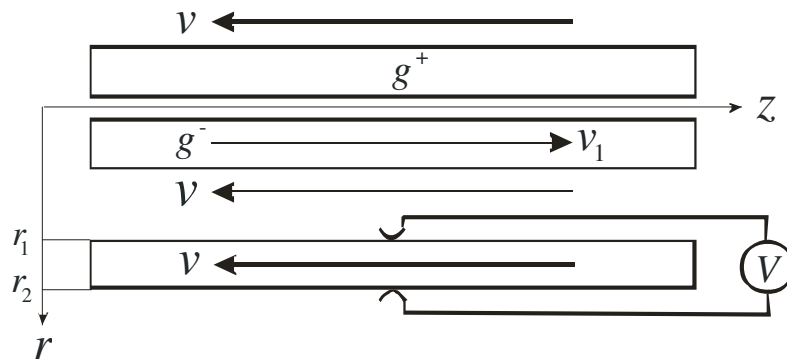


Рис. 5. К проводящей пластине, двигающейся совместно с проводником, при помощи щёток подсоединён вольтметр.

Эта разность потенциалов будет наблюдаться между неподвижными контактами, скользящими по краям пластины и на перемычке их соединяющей (рис. 5). В данном случае такой перемычкой является цепь вольтметра. Проводящая пластинка, двигающаяся совместно с проводником, представляет совместно с цепью вольтметра составной замкнутый контур, в котором будет действовать ЭДС, являющаяся суммой разностей потенциалов, которая имеется на составных

частях контура. Эту разность потенциалов и зафиксирует вольтметр. Её значение получим, просуммировав выражения (3.8) и (3.9):

$$U_{\Sigma} = U_2 + U_1 = \left( \frac{gv_1v}{2\pi\epsilon c^2} - \frac{gv_1^2}{2\pi\epsilon c^2} \right) \ln \frac{r_1}{r_2}. \quad (3.10)$$

но поскольку  $v$  значительно больше, чем  $v_1$ , окончательно получаем

$$U_{\Sigma} \cong \frac{gv_1v}{2\pi\epsilon c^2} \ln \frac{r_1}{r_2} \quad (3.11)$$

Можно проводник, по которому течёт ток, свернуть в кольцо, сделав из него виток с током, и вращать этот виток так, чтобы скорость его была равна  $v$ . В этом случае вокруг такого витка появится электрическое поле, соответствующее наличию на проводнике кольца удельного заряда, определяемого соотношением (3.7). Свернём в кольцо проводящую пластину, сделав из неё диск с отверстием, и присоединим к его образующим скользящие щётки, как показано на рис. 6. Если с одинаковой скоростью вращать кольцо и диск, то при том условии, что диаметр кольца значительно больше его ширины, на щётках получим ЭДС, определяемую соотношением (3.11).

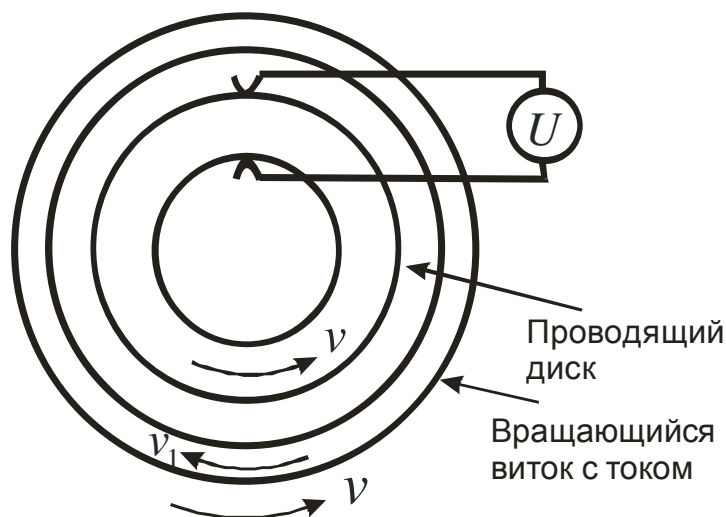


Рис. 6. Схема униполярного генератора с вращающимся витком с током и вращающимся проводящим диском.

Рассмотрен наиболее противоречивый вариант униполярного генератора, объяснение принципа действия которого в литературных источниках ранее отсутствовало. При его рассмотрении нельзя использовать понятие силы Лоренца, т.к. и магнит и проводящее кольцо вращаются совместно с одинаковой скоростью.

Проводящее кольцо и вращающийся совместно с ним магнит можно совместить в единой конструкции. Для этого следует выполнить кольцо из магнитного материала и намагнитить его в осевом направлении. Предельным случаем такой конструкции является сплошной намагниченный диск. При этом ЭДС снимается при помощи скользящих щёток между образующей диска и его осью. Такая конструкция представляет униполярный генератор, который был предложен ещё Фарадеем.

Возможны различные сочетания вращающихся и неподвижных магнитов и дисков.

Случай с неподвижным магнитом и вращающимся проводящим диском характеризуется схемой, изображенной на рис. 7.

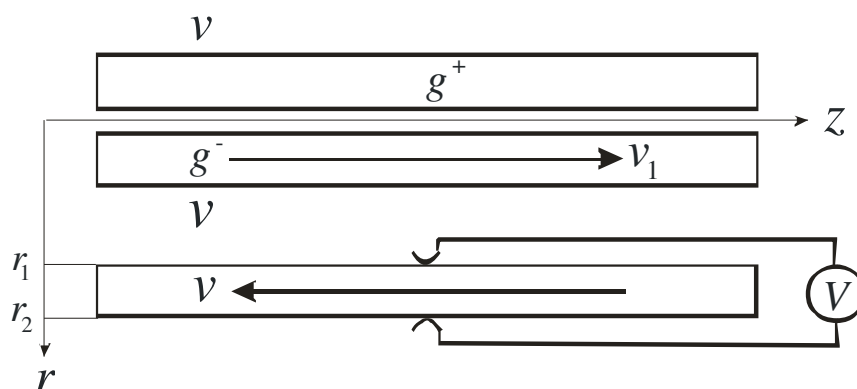


Рис. 7. Случай, когда отрезок проводника с током неподвижен, а двигается лишь проводящая пластинка.

В этом случае выполняются следующие соотношения:

Электрическое поле, действующее на электроны в пластинке со стороны электронов, движущихся в неподвижном кольцевом витке, определяется соотношением

$$E_1^- = -\frac{g}{2\pi\epsilon r} ch \frac{v_1 - v}{c} = -\frac{g}{2\pi\epsilon r} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{(v_1 - v)^2}{c^2} \right),$$

а электрическое поле, действующее на электроны в диске, со стороны ионов в кольце

$$E_2^+ = \frac{g}{2\pi\epsilon r} ch \frac{v}{c} = \frac{g}{2\pi\epsilon r} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right).$$

Поэтому разность потенциалов между краями вращающегося диска составит

$$U_1 = \frac{g}{2\pi\epsilon} \left( \frac{v_1 v}{c^2} - \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{c^2} \right) \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

В то же время разность потенциалов между щётками, которые неподвижны по отношению к исходной системе, определится соотношением

$$U_2 = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{g v_1^2 dr}{2\pi\epsilon c^2 r} = -\frac{g v_1^2}{2\pi\epsilon c^2} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Суммируя  $U_1$  и  $U_2$ , получаем значение ЭДС в составном контуре

$$U_\Sigma = \frac{g}{2\pi\epsilon} \left( \frac{v_1 v}{c^2} - \frac{v_1^2}{c^2} \right) \ln \frac{r_2}{r_1} \cong \frac{g v_1 v}{2\pi\epsilon c^2} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Видно, что это соотношение совпадает с соотношением (3.11).

Если для рассмотренного случая свернуть в кольцо проволоку, а пластинку в диск с отверстием, то получим случай, изображенный на рис. 8. Поэтому никакой разницы между случаем магнита, вращающегося совместно с диском и магнитом,

который в исходной системе отсчёта покоится, а диск вращается - нет. Именно этот феномен и не находил до сих пор объяснения.

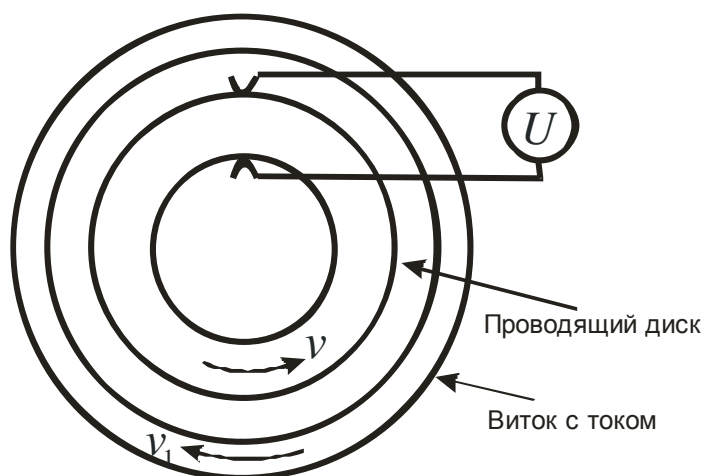


Рис. 8. Случай неподвижного магнита и вращающегося диска.

Теперь рассмотрим вопрос о том, какие поля в окружающем пространстве будет наводить движущийся магнит, представленный на рис. 1 в виде рамки с током. Будем считать, что ширина магнита значительно меньше его длины, и будем рассматривать те поля, которые будут генерироваться вблизи средней его части без учёта краевых эффектов.

Вначале рассмотрим вопрос о том, какие электрические поля генерирует неподвижная рамка с током. Мы уже сказали, что появление внешних статических полей вокруг проводников, по которым течёт ток, эквивалентно появлению на этих проводниках статического заряда. Поэтому следует отметить, что указанные поля можно наблюдать только в том случае, если ток в рамку вводится индукционным бесконтактным способом. В противном случае электрический контакт с окружающими проводящими телами может привести к перетеканию зарядов между рамкой и этими телами, что исказит результаты эксперимента.

Рассмотрим вопрос о том, какие электрические поля должны возникать в окрестности рамки с током, ток в которую вводится индукционным способом.



Средняя часть рамки представлена на рис. 9. Здесь электроны двигаются со скоростью  $v_1$ . В точке А электрическое поле будет определяться соотношением

$$E_{\Sigma} = -\frac{gv_1^2}{2\pi\epsilon c^2} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right). \quad (3.12)$$

Такое же поле будет наблюдаться и в симметричной точке Б.

Если рамка движется в направлении оси  $z$  со скоростью  $v$ , то верхний проводник в точке А будет создавать электрическое поле

$$E \cong \frac{gv_1v}{2\pi\epsilon c^2 r_1},$$

а нижний проводник в этой же точке создаст поле

$$E \cong -\frac{gv_1v}{2\pi\epsilon c^2 r_2}.$$

Суммарное поле получим, сложив эти два выражения

$$E_{\Sigma} \cong \frac{gv_1v}{2\pi\epsilon c^2} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (3.13)$$

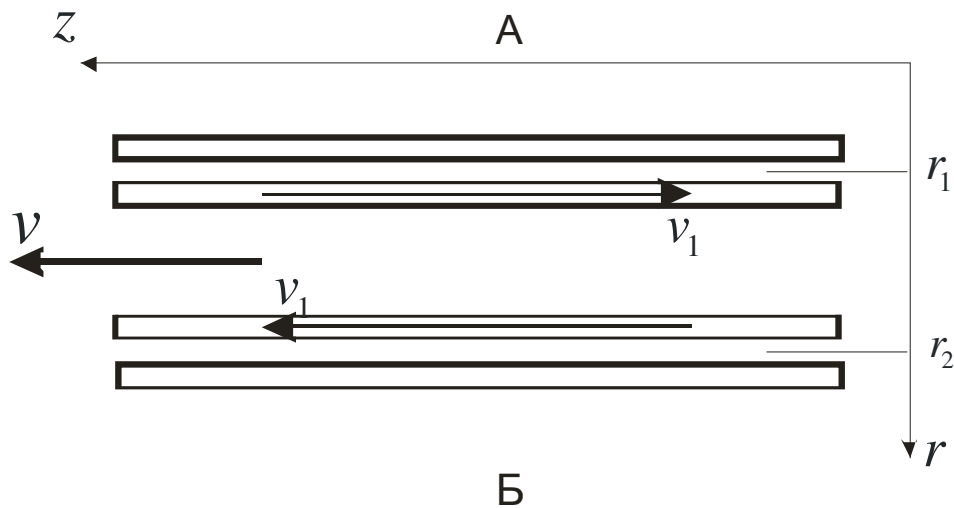


Рис. 9. Отрезок движущейся рамки с током.

В точке же Б будет наблюдаться такое же поле только с обратным знаком.

Соотношение (3.13) показывает, что по отношению к неподвижному наблюдателю движущаяся рамка с током создаёт электрическое поле, при этом

создаётся впечатление её поляризации. Однако наблюдатель, движущийся вместе с рамкой, будет наблюдать лишь незначительные поля, определяемые соотношением (3.12).

#### 4. Новые типы униполярных генераторов

Рассмотрим новый тип униполярных генераторов, в которых используются намагниченные ролики. На рис. 10 показан намагниченный проводящий ролик, катящийся между двумя плоскостями. Будем считать, что нижняя проводящая плоскость неподвижна, а верхняя движется со скоростью  $v$ , заставляя ролик осуществлять одновременно и поступательное и вращательное движение. Причём, поскольку ролик намагничен, то будем сопоставлять его, как и прежде, с витком, по которому электроны движутся со скоростью  $v_1$ .

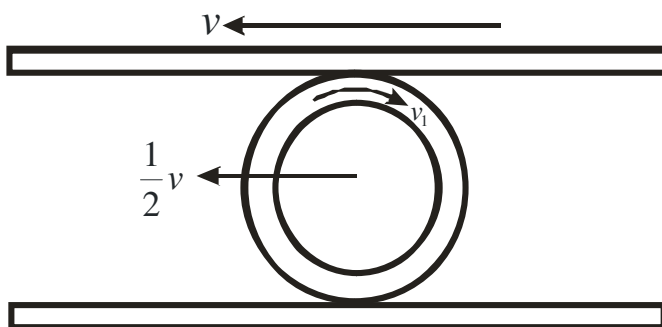


Рис. 10. Намагниченный ролик, катящийся между двумя параллельными плоскостями.

При этом центр витка движется со скоростью  $\frac{1}{2}v$ . Мгновенная скорость витка в точке его касания с нижней плоскостью равна нулю, а в верхней точке она равна  $v$ . Выделим в верхней части витка небольшой участок  $dl$ . Скорость положительных зарядов решетки в этом участке относительно неподвижного наблюдателя будет равна  $v$ , а скорость электронов будет равна  $v - v_1$ . Эта ситуация соответствует случаю, изображенному на рис. 2. Указанный участок,

пролетая около неподвижного наблюдателя, находящегося вблизи верхней пластины, создаст напряженность электрического поля равную

$$E \cong \frac{g v_1 v}{2 \pi \epsilon c^2 r}.$$

Длительность импульса электрического поля составит  $vdl$ .

Для регистрации такого однополярного импульса можно применить схему, представленную на рис. 11. Данное рассмотрение демонстрирует лишь принцип получения импульса электрического поля при помощи катящегося витка. В действительности ситуация является более сложной. Все части катящегося витка, как и составляющие скоростей зарядов, имеют различные составляющие скорости параллельные пластинам в зависимости от расстояния до верхней пластины. Поэтому для нахождения поля в заданной неподвижной точке вне ролика необходимо проинтегрировать составляющие всех электрических полей, создаваемых как движущимися зарядами, так и движущейся решеткой всех частей витка.

Схема, приведенная на рис. 11 не является униполярным генератором, поскольку отсутствует гальванический контакт между нижней клеммой вольтметра и верхней точкой катящегося ролика. Для превращения этой схемы в униполярный генератор такой контакт нужно создать.

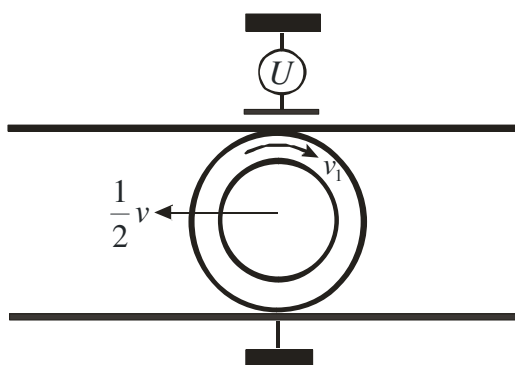


Рис. 11. Схема регистрации импульсов униполярной индукции.

Одна из возможных схем создания такого контакта одновременно со всеми роликами, находящимися в обоймах подшипника, показана на рис. 12.

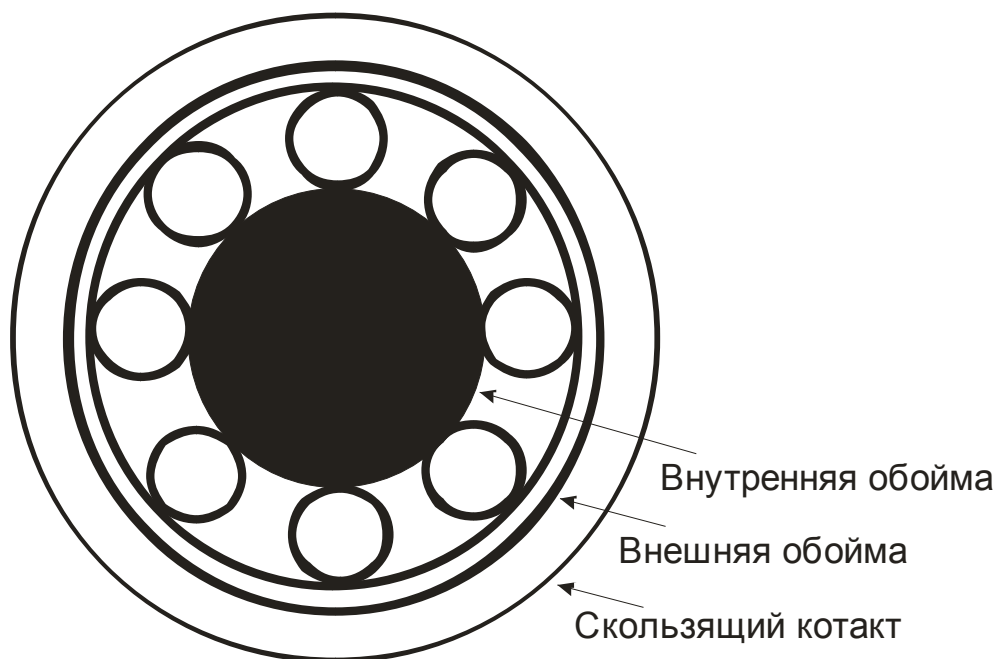


Рис. 12. Подшипник с намагниченными роликами.

Подшипник состоит из внутренней неподвижной проводящей обоймы, внешней обоймы и скользящего кольцевого неподвижного контакта. Внутренняя обойма может быть как сплошной, как показано на рисунке, так и кольцевой, как в обычном подшипнике. Внешняя обойма может быть выполнена, как из проводника, так и из диэлектрика. Неподвижный скользящий контакт, выполненный в виде диска с отверстием, должен быть изготовлен так, чтобы по кромке его внутреннего кольцевого отверстия не катились, а скользили сразу всех роликов. Если внешнюю обойму привести во вращение, то каждый ролик, представляя унитарный униполярный генератор, будет генерировать в неподвижном скользящем контакте разность потенциалов относительно внутренней обоймы. Продольный вид одной из возможных конструкций такого генератора показан на рис. 13.

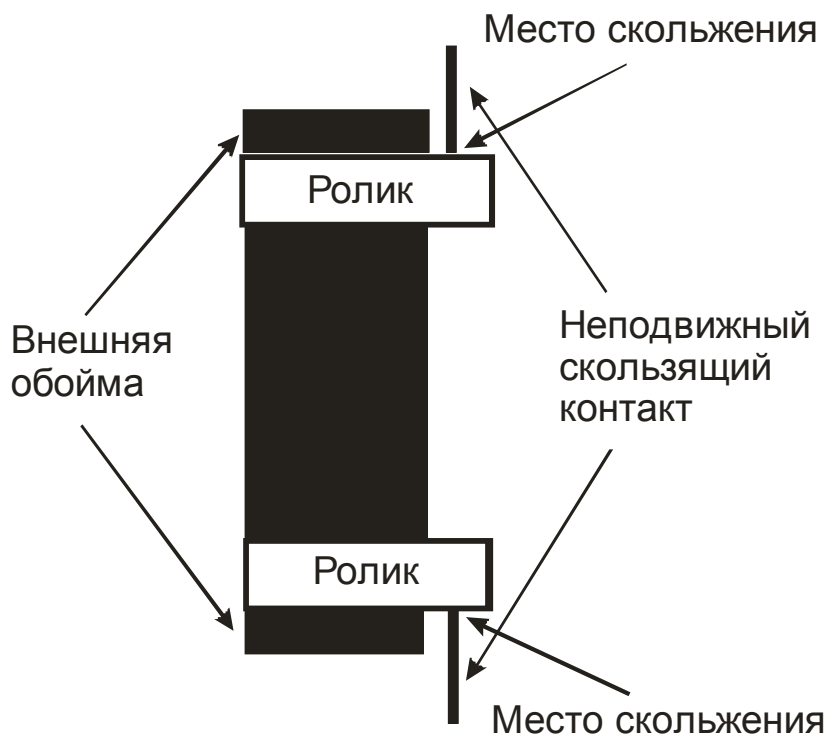


Рис. 13. Продольный разрез униполярного генератора с намагниченными роликами.

Такая модель имеет только демонстрационное значение, т.к. очень трудно достичь такой точности изготовления, чтобы обеспечить надёжный скользящий контакт между неподвижным кольцевым контактом и всеми скользящим по нему роликами.

Более рациональными являются конструкции, приведенные на Рис. 14.

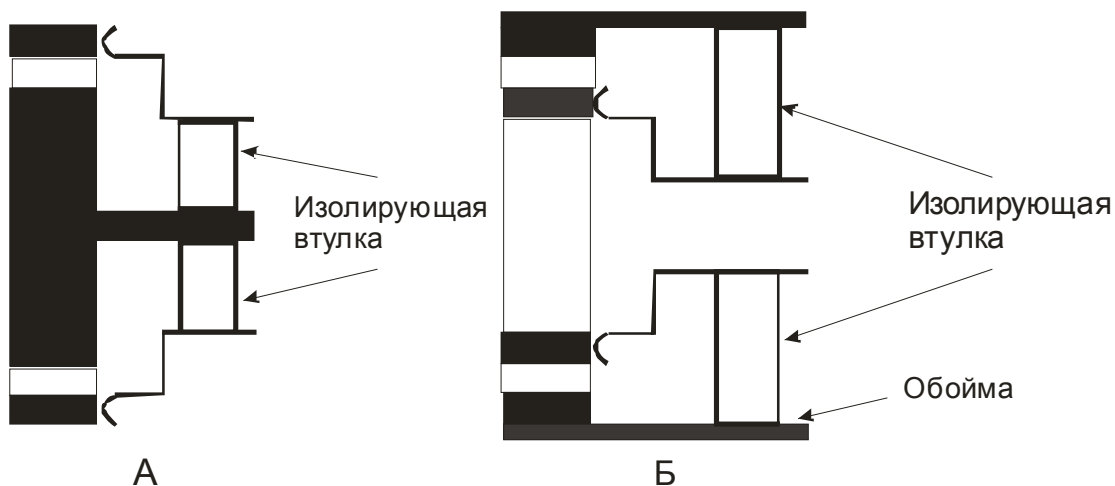


Рис.14. Конструкции униполярного генератора с скользящими щётками.

В обеих конструкциях используются роликоподшипники с металлическими обоймами и намагниченными роликами, ЭДС в которых снимается при помощи щёток, скользящих по краю обойм. Тогда каждый ролик, оказываясь напротив скользящего контакта, будет генерировать однополярный импульс ЭДС между контактом и неподвижной частью генератора. В конструкции А внутренняя обойма и щётки, прикреплённые к ней на изолирующих втулках, являются неподвижными, а внешняя обойма вращается. Постоянное напряжение ЭДС при этом возникает между центральной обоймой и щётками. В конструкции Б, наоборот, вращается внутренняя обойма, а внешняя обойма с прикреплёнными к ней щётками, остаётся неподвижной. ЭДС при этом возникает между металлической обоймой, в которую запрессован подшипник и щётками. Для увеличения тока, который могут обеспечить такие генераторы следует увеличить количество роликов и скользящих контактов, расположив их эквидистантно по периметру обоймы.

## **5. Заключение**

Униполярная индукция была открыта Фарадеем более 200 лет назад, но и до настоящего времени физические принципы работы некоторых конструкций униполярных генераторов остаются неясны. Принцип действия таких генераторов не находит своего объяснения в рамках закона индукции Фарадея и отнесён к исключению из этого закона. В статье проведено рассмотрение принципа действия униполярных генераторов в концепции скалярно-векторного потенциала и показано, что в этой концепции находит объяснение работа всех существующих типов униполярных генераторов. Предложено несколько новых конструкций униполярных генераторов, в которых используются вращающиеся намагниченные ролики.

## **Литература**

1. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. Фейнмановские лекции по физике. М: Мир, 1977.
2. Ф. Ф. Менде. К вопросу об уточнении уравнений электромагнитной индукции. - Харьков, депонирована в ВИНТИ, №774-В88 Деп., 1988.-32с.
3. Ф. Ф. Менде. Непротиворечивая электродинамика. Харьков, НТМТ, 2008, - 153 с.
4. F. F. Mende. On refinement of certain laws of classical electrodynamics, arXiv, physics/0402084.
5. Ф. Ф. Менде. Великие заблуждения и ошибки физиков XIX-XX столетий. Революция в современной физике. Харьков, НТМТ, 2010, - 176 с.
6. F. F. Mende. Is Charge the Invariant of Speed, International Journal of Electrical and Electronic Science Vol.2, No. 3, Publication Date: October 8, 2015, Page: 81-94.
7. Ф. Ф. Менде, Проблемы современной физики и пути их решения, PALMARIUM Academic Publishing, 2010.
8. Ф. Ф. Менде. О физических основах униполярной индукции. Новый тип униполярного генератора. Инженерная физика, № 6, 2013, с. 7-13.
9. F. F. Mende, Concept of Scalar-Vector Potential in the Contemporary Electrodynamic, Problem of Homopolar Induction and Its Solution, *International Journal of Physics*, 2014, Vol. 2, No. 6, 202-210.
10. F. F. Mende, Problems of Lorentz Force and Its Solution, *International Journal of Physics*, 2014, Vol. 2, No. 6, 211-216.