

Уточнение некоторых законов классической электродинамики

Менде Ф. Ф.

Вводится понятие магнитоэлектрической индукции, что позволило записать законы индукции в симметричной форме и решить ряд проблем и противоречий в классической электродинамике. Показано, что из этих законов в рамках преобразований Галилея следуют результаты специальной теории относительности с точностью до квадратичных членов отношения скорости системы к скорости света. Показано, что диэлектрическая и магнитная проницаемости материальных сред от частоты не зависят. Вводятся понятия магнитоэлектродинамических и электромагнитопотенциальных волн, а также понятие кинетической емкости. Показано, что в немагнитной плазме, кроме продольного ленгмюровского резонанса может существовать и поперечный резонанс и эти резонансы вырождены. Вводится новое понятие скалярно-векторного потенциала и показано, что при его помощи могут быть решены все существующие задачи классической электродинамики. Использование скалярно-векторного потенциала исключает необходимость введения такого понятия как магнитное поле.

Введение

В трудах по классической электродинамике толкование ряда вопросов, касающихся законов электромагнитной индукции, носит двойственный и даже противоречивый характер.

Посмотрим, например, как объясняется принцип действия униполярного генератора. В работе [1] для объяснения привлекается закон Фарадея, уточненный применительно к “разрывному движению”. В работе же [2] униполярный генератор отнесен к исключению из правила потока и его работа объясняется с точки зрения действия на заряды силы Лоренца.

Существующее положение дел, пожалуй, наиболее четко сформулировано Фейнманом в работе [2]. На стр. 53 читаем “...”правило потока”, согласно которому э.д.с. в контуре равна взятой с обратным знаком скорости, с которой меняется магнитный поток через контур, когда поток меняется за счет изменения поля или когда движется контур (или когда происходит и то, и другое). Две возможности – “контур движется” или “поле меняется” – неразличимы в формулировке правила. Тем не менее, для объяснения правила в этих двух случаях мы пользовались двумя совершенно различными законами: $[\vec{V} \times \vec{B}]$ для “движущегося контура”

и $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ для “меняющегося поля”. И далее: “Мы не знаем в физике ни одного тако-

го примера, когда бы простой и точный общий закон требовал для своего настоящего понимания анализа в терминах двух различных явлений. Обычно столь красивое обобщение оказывается исходящим из единого глубокого основополагающего принципа. Но в этом случае какого-либо особо глубокого принципа не видно”. Пожалуй, общепринятой является и такая трактовка закона Фарадея, которая содержится в работе [2]. “Наблюдения Фарадея привели к открытию нового закона о связи электрического и магнитного полей: в области, где магнитное поле меняется со временем, генерируется электрическое поле”. Однако, и из этого правила также имеется исключение, правда, названные источники об этом умалчивают. Действительно, вне бесконечно длинного соленоида магнитные поля отсутствуют, однако, при изменении тока в таком соленоиде вне соленоида

генерируются электрические поля. Не слишком ли много исключений? Тем более, если такие известные физики как Тамм и Фейнман не имеют общей точки зрения на такой, казалось бы, простой вопрос – это не может не вызывать беспокойства.

Известно также [3], что классическая электродинамика не в силах объяснить такое, например, явление как фазовая абберация. Данное явление применительно к распространению света может быть объяснено пока только в рамках специальной теории относительности. Но уравнения Максвелла инвариантны по отношению к ковариантным преобразованиям СТО, поэтому следует надеяться, что и фазовая абберация должна быть объяснима и в рамках уравнений Максвелла.

Хорошо известно, что диэлектрическая и магнитная проницаемость материальных сред могут зависеть от частоты, т.е. у них может наблюдаться дисперсия. Однако, сам создатель основных уравнений электродинамики Максвелл считал, что ни ϵ ни μ от частоты не зависят, а являются фундаментальными константами.

Как родилась идея дисперсии ϵ и μ и какой путь она прошла достаточно красочно характеризует цитата из монографии хорошо известных специалистов в области физики плазмы [4]: “сам Дж.Максвелл при формулировке уравнений электродинамики материальных сред считал, что электрическая и магнитная проницаемости являются постоянными величинами (по этой причине они длительное время считались постоянными величинами). Значительно позже, уже в начале этого столетия при объяснении оптических дисперсионных явлений (в частности явления радуги) Дж.Хевисайд и Р.Вул показали, что диэлектрическая и магнитная проницаемости являются функциями частоты. А совсем недавно, в середине 50-х годов, физики пришли к выводу, что эти величины зависят не только от частоты, но и от волнового вектора. По сути, это была радикальная ломка существующих представлений. Насколько серьезной она была, характеризует случай, который произошел на семинаре Л.Д.Ландау в 1954 г. Во время доклада А.И.Ахиезера на эту тему Ландау вдруг воскликнул, перебив докладчика: “Это бред, поскольку показатель преломления не может быть функцией показателя преломления”. Заметьте, что это сказал Л.Д.Ландау – один из выдающихся физиков нашего времени.”

Так все же, каково истинное положение дел? Сразу, забегаая несколько вперед, скажем, что прав был Максвелл, и ϵ и μ материальных сред от частоты не зависят, а являются константами, характеризующими ту или иную материальную среду. А поскольку вопрос о дисперсии диэлектрической и магнитной проницаемости материальных сред является одним из краеугольных камней современной физики и электродинамики, то нам опять, уже во второй раз, придется кардинальным образом изменить систему физических взглядов на этот вопрос.

По поводу противоречий, затронутых выше, в данной работе будет дан исчерпывающий ответ, после чего будет существовать однозначная и единая точка зрения. Правда, в связи с этим изложение материала по затронутым вопросам и его интерпретацию во многих фундаментальных трудах по физике придется изменить.

1. Уравнения электромагнитной индукции в движущихся системах координат

Уравнения Максвелла не дают возможности записать поля в движущихся системах координат, если известны поля в неподвижной системе. В общем виде это дают возможность сделать преобразования Лоренца, однако, эти преобразования из классической электродинамики не следуют. А поскольку в униполярном генераторе электрические поля возникают в элементах движущихся по отношению к неподвижной системе координат, в которой и определены поля, то выходит, что правильный ответ о принципе действия униполярного генера-

тора может быть дан только в рамках СТО. Возникает вопрос, могут ли принципы классической электродинамики дать правильные результаты по определению полей в движущихся системах координат хотя бы в каком-то приближении, и если да, то как должны выглядеть при этом уравнения электромагнитной индукции.

Сила Лоренца

$$\vec{F}' = e \vec{E} + e [\vec{V} \times \vec{B}] \quad (1.1)$$

потому и названа именем Лоренца, что она следует из его преобразований, при помощи которых могут быть записаны поля в движущихся системах координат, если известны поля в неподвижной системе. Штрихом в дальнейшем мы будем отмечать поля и силы, возникающие в движущейся системе координат.

Указания на то, каким образом могут быть записаны поля в движущейся системе координат, если они известны в неподвижной, имеются уже в законе Фарадея. Для рассмотрения этого вопроса перепишем закон Фарадея в уточненном виде:

$$\oint \vec{E}' d \vec{l}' = - \frac{d \Phi_B}{d t} . \quad (1.2)$$

Уточнение закона, вернее его записи, касается лишь того обстоятельства, что если мы определяем контурный интеграл в движущейся (штрихованной) системе координат, то около $\vec{E}$ и $d \vec{l}$ должны стоять штрихи. Если же контурный интеграл определяется в неподвижной системе координат, то штрихи около $\vec{E}$ и $d \vec{l}$ отсутствуют, но при этом справа в выражении (1.2) должна стоять частная производная по времени. Обычно это обстоятельство в литературе по данному вопросу не оговаривается.

Полная производная по времени в соотношении (1.2) означает независимость конечного результата появления э.д.с. в контуре от способа изменения потока, т.е. поток может изменяться как за счет чисто временных изменений $\vec{B}$, так и за счет того, что система, в которой измеряется $\oint \vec{E}' d \vec{l}'$, движется в пространственно меняющемся поле $\vec{B}$. В соотношении (1.2)

$$\Phi_B = \int \vec{B} d \vec{S}' , \quad (1.3)$$

где магнитная индукция $\vec{B} = \mu \vec{H}$ определена в неподвижной системе координат, а элемент $d \vec{S}'$ – в движущейся системе. Учитывая (1.3), из (1.2) получаем

$$\oint \vec{E}' d \vec{l}' = - \frac{d}{d t} \int \vec{B} d \vec{S}' , \quad (1.4)$$

и далее, поскольку $\frac{d}{d t} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \text{ grad}$, запишем

$$\oint \vec{E}' d \vec{l}' = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d \vec{S} - \int [\vec{B} \times \vec{V}] d \vec{l}' - \int \vec{V} \text{ div } \vec{B} d \vec{S}' . \quad (1.5)$$

В данном случае контурный интеграл берется по контуру $d\vec{l}'$, охватывающему площадку $d\vec{S}'$. Сразу отметим, что все дальнейшее изложение будет вестись в предположении справедливости преобразований Галилея, т.е. $d\vec{l}' = d\vec{l}$ и $d\vec{S}' = d\vec{S}$. Из (1.5) следует хорошо известный результат:

$$\vec{E}' = \vec{E} + [\vec{V} \times \vec{B}], \quad (1.6)$$

из которого следует, что при движении в магнитном поле возникает дополнительное электрическое поле, определяемое последним слагаемым соотношения (1.6). Заметим, что это соотношение мы получили не из преобразований Лоренца, а всего лишь несколько уточнив закон Фарадея. Таким образом, сила Лоренца является следствием такого уточненного закона.

Из соотношения (1.6) следует, что при движении в магнитном поле на заряд действует сила перпендикулярная направлению движения. Однако, физическая природа этой силы нигде не рассматривается. Именно с этим и связана та путаница, которая имеет место при объяснении принципа действия униполярного генератора, а также невозможность объяснения с точки зрения уравнений Максвелла возникновения электрических полей вне бесконечно длинного соленоида.

Для выяснения физической природы появления последнего слагаемого в соотношении (1.6) запишем $\vec{B}$ и $\vec{E}$ через магнитный векторный потенциал $\vec{A}_B$:

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}_B, \quad \vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}_B}{\partial t}. \quad (1.7)$$

Тогда соотношение (1.6) можно переписать

$$\vec{E}' = -\frac{\partial \vec{A}_B}{\partial t} + [\vec{V} \times \text{rot } \vec{A}_B], \quad (1.8)$$

и далее:

$$\vec{E}' = -\frac{\partial \vec{A}_B}{\partial t} - (\vec{V} \nabla) \vec{A}_B + \text{grad} (\vec{V} \vec{A}_B). \quad (1.9)$$

Первые два члена правой части равенства (1.9) можно собрать в полную производную векторного потенциала по времени, а именно:

$$\vec{E}' = -\frac{d \vec{A}_B}{d t} + \text{grad} (\vec{V} \vec{A}_B). \quad (1.10)$$

Из соотношения (1.9) видно, что напряженность поля, а следовательно и сила, действующая на заряд, состоит из трех частей.

Первая из них обязана чисто временным изменениям магнитного векторного потенциала. Смысл второго слагаемого правой части соотношения (1.9) тоже понятен. Оно связано с изменением векторного потенциала, но уже за счет того, что заряд движется в пространственно меняющемся поле этого потенциала. Иная природа последнего слагаемого правой части соотношения (1.9). Оно связано с наличием потенциальных сил, т.к. потенциальная энергия заряда, движущегося в

поле потенциала $\vec{A}_B$ со скоростью $\vec{V}$, равна $e (\vec{V} \vec{A}_B)$. Величина $e \text{ grad } (\vec{V} \vec{A}_B)$ дает силу, точно так же, как дает силу градиент скалярного потенциала.

Соотношение (1.9) дает возможность физически объяснить все составляющие напряженности электрического поля, возникающего в неподвижной и движущейся систем координат. Если речь идет о возникновении электрических полей вне длинного соленоида, где нет магнитных полей, то в этом случае работает первое слагаемое правой части равенства (1.9). В случае униполярного генератора в формировании силы, действующей на заряд, принимают участие два последних слагаемых правой части равенства (1.9), внося одинаковые вклады.

Таким образом, говорить об униполярном генераторе как об “исключении из правила потока” нельзя, т.к. правило потока, как мы видим, это совокупность всех трех составляющих. Беря ротор от обеих частей равенства (1.10) и учитывая, что $\text{rot grad} \equiv 0$, получаем

$$\text{rot } \vec{E}' = -\frac{d \vec{B}}{d t} . \quad (1.11)$$

Если движения нет, то соотношение (1.11) превращается в первое уравнение Максвелла. Конечно, по своей информативности соотношение (1.11) сильно уступает соотношению (1.2), т.к. в связи с тем, что $\text{rot grad} \equiv 0$, в нем отсутствует информация о потенциальных силах, обозначенных через $e \text{ grad } (\vec{V} \vec{A}_B)$. Поэтому, если нас интересуют все составляющие электрических полей, действующих на заряд, как в неподвижной, так и в движущейся системах координат, мы должны пользоваться соотношением (1.2).

Подводя предварительный итог, можно сказать, что при более внимательном рассмотрении закона Фарадея (1.2) можно достаточно ясно понять все особенности работы униполярного генератора, можно также утверждать, что принцип действия униполярного генератора не является исключением из правила потока (1.2), а является его следствием. Утвер-

ждение Фейнмана о том, что правило $[\vec{V} \times \vec{B}]$ для “движущегося контура” и $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

для “меняющегося поля” являются двумя совершенно различными законами не соответствует действительности. Как раз тем единым основополагающим принципом, на отсутствие которого указывает Фейнман, и является закон Фарадея. Повторим еще одну трактовку Фейнмана, которую следует уточнить, а именно: “Наблюдения Фарадея привели к открытию нового закона о связи электрического и магнитных полей: в области, где магнитное поле меняется со временем, генерируется электрическое поле”. Эта формулировка верна, но неполная, т.к. мы уже указывали, что электрическое поле может генерироваться и там, где магнитные поля отсутствуют, а именно, вне бесконечно длинного соленоида. Более полная формулировка вытекает из соотношения (1.9), а для вихревых полей более объемлющим является соотно-

ношение $\vec{E} = -\frac{d \vec{A}_B}{d t}$, чем соотношение $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$.

Таким образом, мы должны заключить, что движущийся или неподвижный заряд взаимодействует не с магнитным полем, а с полем магнитного векторного потенциала, и только знание этого потенциала и его эволюции дают возможность вычислить все составляющие сил, действующих на заряды. Магнитное же поле является всего лишь пространственной производной такого векторного поля.

Из сказанного следует, что запись силы Лоренца в терминах магнитного векторного потенциала:

$$\vec{F}' = e \vec{E} + e [\vec{V} \times \text{rot } \vec{A}_B] = e \vec{E} - e(\vec{V} \nabla) \vec{A}_B + e \text{grad}(\vec{V} \vec{A}_B) \quad (1.12)$$

более предпочтительна, т.к. дает возможность понять полную структуру такой силы.

Закон Фарадея (1.2) называется законом электромагнитной индукции в связи с тем, что он показывает каким образом изменение магнитных полей приводит к появлению электрических полей. Однако, в классической электродинамике отсутствует закон магнитоэлектрической индукции, который бы показывал, каким образом изменение электрических полей приводит к появлению полей магнитных. Развитие классической электродинамики в этой части следовало по другому пути. Сначала был известен закон:

$$\oint \vec{H} d \vec{l} = I, \quad (1.13)$$

где I – ток, пересекающий площадку, охватываемую контуром интегрирования. В дифференциальной форме соотношение (1.13) имеет вид:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j}_\sigma, \quad (1.14)$$

где $\vec{j}_\sigma$ – плотность тока проводимости.

Максвелл дополнил соотношение (1.14) током смещения

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j}_\sigma + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (1.15)$$

Однако, если бы Фарадей проводил измерения с изменяющимися потоками электрической индукции, то он смог бы установить следующий закон:

$$\oint \vec{H}' d \vec{l}' = \frac{d \Phi_D}{d t}, \quad (1.16)$$

где $\Phi_D = \int \vec{D} d \vec{S}'$ поток электрической индукции, и далее:

$$\oint \vec{H}' d \vec{l}' = \int \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d \vec{S} + \oint [\vec{D} \times \vec{V}] d \vec{l}' + \int \vec{V} \text{div } \vec{D} d \vec{S}'. \quad (1.17)$$

В отличие от магнитных полей, когда $\text{div } \vec{B} = 0$, для электрических полей $\text{div } \vec{D} = \rho$ и последнее слагаемое в правой части соотношения (1.17) дает ток проводимости I , т.е. из соотношения (1.16) сразу следует закон Ампера. Из соотношения (1.17) следует также и равенство:

$$\vec{H} = [\vec{D} \times \vec{V}], \quad (1.18)$$

которое ранее можно было получить только из преобразований Лоренца.

Более того, как убедительно показано в работе [2], из соотношения (1.18) следует и закон Био-Савара, если для вычисления магнитных полей взять только электрические поля движущихся зарядов. В этом случае последний член правой части соотношения (1.17) можно просто опустить, и законы индукции приобретают полностью симметричную форму [5-10]

$$\oint \vec{E}' d\vec{l}' = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} dS - \oint [\vec{B} \times \vec{V}] d\vec{l}' ,$$

$$\oint \vec{H}' d\vec{l}' = \int \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} dS + \oint [\vec{D} \times \vec{V}] d\vec{l}' . \quad (1.19)$$

$$\vec{E}' = \vec{E} + [\vec{V} \times \vec{B}] ,$$

$$\vec{H}' = \vec{H} - [\vec{V} \times \vec{D}] . \quad (1.20)$$

Заметим, что ранее соотношения (1.20) можно было получить только из ковариантных преобразований Лоренца, т.е. в рамках специальной теории относительности (СТО). Таким образом,

с точностью до членов $\sim \frac{V}{c}$ результаты СТО следуют из законов индукции в рамках преобразований Галилея. Далее мы покажем, что из преобразований (1.19) следуют и результаты СТО с точностью до $\frac{V^2}{c^2}$. Однако, перед этим мы введем еще один векторный потенциал, который в классической электродинамике не вводился. Для вихревых полей примем [5]

$$\vec{D} = \text{rot } \vec{A}_D , \quad (1.21)$$

где $\vec{A}_D$ – электрический векторный потенциал. Тогда из (1.19) следует

$$\vec{H}' = \frac{\partial \vec{A}_D}{\partial t} + [\vec{V} \nabla] \vec{A}_D - \text{grad} [\vec{V} \vec{A}_D] , \quad (1.22)$$

или

$$\vec{H}' = \frac{\partial \vec{A}_D}{\partial t} - [\vec{V} \times \text{rot } \vec{A}_D] , \quad (1.23)$$

или

$$\vec{H}' = \frac{d \vec{A}_D}{d t} - \text{grad} [\vec{V} \vec{A}_D] . \quad (1.24)$$

Эти соотношения являются записью закона магнитоэлектрической индукции в терминах электрического векторного потенциала.

Важность введения электрического векторного потенциала заключается в следующем. Представим себе ситуацию подобную той, которая имеет место с бесконечно длинным соленоидом с той лишь разницей, что теперь место векторов $\vec{B}$ должны занять векторы $\vec{D}$. Такая ситуация существует. Это случай, когда пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком с большим ϵ . В этом случае практически весь поток смещения находится внутри диэлектрика. Если при этом попытаться рассчитать магнитное поле вне пространства, занятого диэлектриком, т.е. там где $\vec{D} \equiv 0$, то мы столкнемся с той же трудностью, как и в случае с бесконечно длинным соленоидом при расчете вне его полей $\vec{E}$. Введе-

ние электрического векторного потенциала дает возможность корректно решить эту задачу. И опять возникает вопрос, что первично, а что вторично. Конечно, первичным является электрический векторный потенциал, а вихревые электрические поля существуют лишь там, где ротор такого потенциала отличен от нуля.

Соотношения (1.20) свидетельствуют о том, что в случае относительного движения систем отсчета, между полями $\vec{E}$ и $\vec{H}$ существует перекрестная связь, т.е. движение в полях $\vec{H}$ приводит к появлению полей $\vec{E}$ и наоборот. Эти особенности приводят к дополнительным следствиям, которые в рамках классической электродинамики ранее рассмотрены не были. Для их иллюстрации рассмотрим две параллельные проводящие плоскости, между которыми имеется электрическое поле $\vec{E}$ и, соответственно, поверхностный заряд ρ_s , приходящийся на единицу площади каждой пластины, равен ϵE . Если параллельно пластинам в поле E начать двигать со скоростью ΔV другую систему отсчета, то в ней появится дополнительное поле $\Delta H = \Delta V \epsilon E$. Если теперь по отношению к уже движущейся системе отсчета начать двигать третью систему отсчета со скоростью ΔV , то уже за счет движения в поле ΔH появится добавка $\Delta E = \mu \epsilon \Delta V^2 E$, которая добавится к полю E . Таким образом, поле E' в этой движущейся системе окажется большим, чем в неподвижной. Следовательно, мы вправе считать, что не только увеличилось поле E , но и поверхностный заряд на плоскостях исходной системы увеличился на величину $\mu \epsilon^2 \Delta V^2 E$.

Процесс вычисления полей таким способом описан в работе [5]. Если обозначить $\vec{E}_{||}$ и $\vec{H}_{||}$ как компоненты полей, параллельные направлению скорости, а $\vec{E}_{\perp}$ и $\vec{H}_{\perp}$ как компоненты перпендикулярные к ней, то конечные значения полей при достижении скорости V запишутся

$$\begin{aligned}\vec{E}'_{||} &= \vec{E}_{||}, \\ \vec{E}'_{\perp} &= \vec{E}_{\perp} c h \frac{V}{c} + \frac{Z_0}{V} [\vec{V} \times \vec{H}_{\perp}] s h \frac{V}{c}, \\ \vec{H}'_{||} &= \vec{H}_{||}, \\ \vec{H}'_{\perp} &= \vec{H}_{\perp} c h \frac{V}{c} - \frac{1}{Z_0 V} [\vec{V} \times \vec{E}_{\perp}] s h \frac{V}{c},\end{aligned}\tag{1.25}$$

где $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ – импеданс пространства,

$c = \sqrt{\frac{1}{\mu \epsilon}}$ – скорость света в рассматриваемой среде.

Эти преобразования дают результаты, совпадающие с СТО уже с точностью до членов $\sim \frac{V^2}{c^2}$. Поправки следующих порядков с результатами СТО не совпадают. Однако, следует отме-

тить, что и экспериментальная проверка СТО проведена до настоящего времени не точнее

$$\text{членов} \sim \frac{V^2}{c^2}.$$

Покажем, как, например, при помощи соотношений (1.25) объяснить такое явление, как фазовая абберация, которое в рамках классической электродинамики объяснений не имело.

Будем считать, что имеются компоненты плоской волны H_z и E_x , а штрихованная система движется в направлении оси x со скоростью V_x . Тогда компоненты полей в штрихованной системе координат запишутся

$$\begin{aligned} E'_x &= E_x, \\ E'_y &= H_z sh \frac{V_x}{c}, \\ H'_z &= H_z ch \frac{V_x}{c}. \end{aligned} \quad (1.27)$$

Таким образом, суммарное поле E в движущейся системе запишется

$$E' = \left[\left(E'_x \right)^2 + \left(E'_y \right)^2 \right]^{1/2} = E_x ch \frac{V_x}{c}. \quad (1.28)$$

Следовательно, вектор Пойнтинга теперь направлен уже не по оси u , а находясь в плоскости xy , наклонен к оси u на угол, определяемый соотношениями (1.27). Отношение же абсолютных величин векторов E и H в обеих системах остались одинаковыми. Это и есть явление фазовой абберации в классической электродинамике.

ПРОБЛЕМА МАГНИТНОГО ПОЛЯ.

Из преобразований (1.25) следует, что если имеются два заряда, которые двигаются с относительной скоростью $\vec{V}$, то сила их взаимодействия будет определяться не только абсолютными величинами зарядов, но и относительной скоростью их движения. Новое значение силы определяется соотношением [7-9]

$$\vec{F} = \frac{g_1 g_2 ch \frac{V_{\perp}}{c}}{4\pi \varepsilon} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^3}, \quad (1.29)$$

где $\vec{r}_{12}$ – вектор, соединяющий заряды,

$V_{\perp}$ – компонента скорости $\vec{V}$, нормальная к вектору $\vec{r}_{12}$.

В том случае, когда относительное движение осуществляют разноименные заряды, сила их притяжения увеличивается и, наоборот, если относительное движение осуществляют одноименные заряды, то увеличивается сила их отталкивания. В случае, когда $\vec{V} = 0$, соотношение (1.29) переходит в закон Кулона.

Используя соотношение (1.29) можно ввести новое значение потенциала $\phi(r)$ в точке, где находится заряд g_2 , считая его неподвижным и считая, что относительное движение осуществляет только заряд g_1 :

$$\phi(r) = \frac{g_1 ch \frac{V_{\perp}}{c}}{4\pi \epsilon r} . \quad (1.30)$$

Такой потенциал мы вправе называть скалярно-векторным, т.к. его значение зависит не только от величины заряда, который его создает, но и от величины и направления скорости такого заряда. Потенциальная энергия взаимодействия зарядов при этом запишется

$$W = \frac{g_1 g_2 ch \frac{V_{\perp}}{c}}{4\pi \epsilon r} . \quad (1.31)$$

Соотношения (1.29), (1.30) и (1.31) можно интерпретировать, как результат изменения величины движущегося заряда.

Оказывается, что если воспользоваться полученными соотношениями для вычисления сил взаимодействия проводников с током, то, учитывая методом суперпозиций силы, действующие между всеми зарядами (движущимися и неподвижными), и имеющимися в проводниках, можно получить все существующие законы электромагнетизма.

Рассмотрим силовое взаимодействие двух проводников, расположенных на расстоянии z (рис. 1.1) и будем считать, что по проводникам движутся электроны со скоростями V_1 и V_2 . Величины движущихся зарядов, приходящиеся на единицу длины проводника, обозначим соответственно g_1 и g_2 .

С точки зрения существующей теории электромагнетизма силы взаимодействия проводников можно найти двумя путями.

Первый из них заключается в том, что один из проводников (например, нижний) создает в месте расположения верхнего проводника магнитное поле $H(r)$, которое определяется соотношением

$$H(r) = \frac{g_1 V_1}{2\pi r} . \quad (1.32)$$

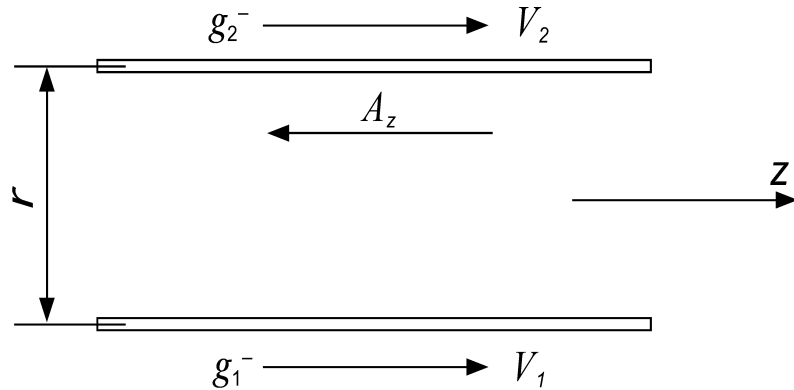


Рис. 1.1. Схема силового взаимодействия токонесущих проводов двухпроводной линии на основе существующей модели.

В системе координат, двигающейся вместе с зарядами верхнего проводника, возникает поле E' , определяемое соотношением

$$E' = [\vec{V} \times \vec{B}] = V_2 \mu H(r) , \quad (1.33)$$

т.е. заряды, двигающиеся в верхнем проводнике, испытывают действие силы Лоренца. Значение этой силы, приходящейся на единицу длины проводника, записывается как:

$$F = \frac{\mu g_1 V_1 g_2 V_2}{2\pi r} = \frac{I_1 I_2}{2\pi \varepsilon c^2 r} . \quad (1.34)$$

Соотношение (1.34) можно получить и другим путем. Можно считать, что нижний проводник создает в районе расположения верхней проволоки векторный потенциал, z -компонента которого запишется

$$A_z = -\frac{g_1 V_1 \ln r}{2\pi \varepsilon c^2} = -\frac{I_1 \ln r}{2\pi \varepsilon c^2} . \quad (1.35)$$

Потенциальная энергия единичного участка верхнего проводника, по которому течет ток I_2 , в поле векторного потенциала A_z определяются соотношением

$$W = I_2 A_z = -\frac{I_1 I_2 \ln r}{2\pi \varepsilon c^2} . \quad (1.36)$$

Поскольку сила определяется как производная потенциальной энергии по координате, взятая с обратным знаком, то она запишется

$$F = -\frac{\partial W}{\partial r} = \frac{I_1 I_2}{2\pi \varepsilon c^2 r} . \quad (1.37)$$

Оба рассмотрения показывают, что сила взаимодействия двух проводников возникает как результат взаимодействия движущихся зарядов, т.к. одни из них создают поля, а другие с этими полями взаимодействуют. Неподвижные заряды, представляющие решетку, в такой схеме взаимодействия участия не принимают. Однако, силы, возникающие при магнитном взаимодействии проводников, приложены именно к решетке. Каким образом движущиеся заряды передают приложенные к ним силы решетке в классической электродинамике не рассматривается.

Отметим также, что рассмотренные схемы взаимодействия заключают в себе одно неразрешимое противоречие, которое специалисты по классической электродинамике обычно умалчивают. Оно связано с нахождением сил взаимодействия между двумя параллельно движущимися зарядами. С точки зрения рассмотренных схем, между такими двумя зарядами должно существовать притяжение. Действительно, индукция B , создаваемая движущимся зарядом g_1 на расстоянии r от него, записывается

$$B = \frac{g_1 V}{2\pi \varepsilon c^2 r^2} . \quad (1.38)$$

Если имеется другой заряд g_2 , движущийся с той же скоростью V , что и первый и в том же направлении на расстоянии r от первого заряда, то за счет наличия в этой точке индукции B на него будет действовать сила притяжения к первому заряду

$$F = \frac{g_1 g_2 V^2}{4\pi \varepsilon c^2 r^2}. \quad (1.39)$$

Т.е. с точки зрения неподвижного наблюдателя такие заряды, кроме наличия сил кулоновского отталкивания должны дополнительно притягиваться. С точки же зрения наблюдателя, движущегося вместе с зарядами, имеется только кулоновское отталкивание и никаких дополнительных сил притяжения нет. Отметим, что данное противоречие неразрешимо не только в рамках классической электродинамики, но и в рамках специальной теории относительности.

С физической точки зрения введение магнитных полей есть просто констатация определенных экспериментальных фактов, однако, мы до сих пор не понимаем, откуда эти поля берутся.

В 1976 г. появилась тщательно выполненная экспериментальная работа [11], в которой наблюдалось возникновение заряда на короткозамкнутом сверхпроводящем соленоиде при затухании в нем тока. Результаты этой работы указывают на зависимость величины заряда от скорости, что в первую очередь противоречит закону сохранения заряда. Автор данной работы тоже занимался данной проблемой [12]. О результатах этих работ мы расскажем ниже. Но прежде, чем сделать это, рассмотрим схему взаимодействия токонесущих систем с точки зрения соотношений (1.29), (1.30) и (1.31).

Вернемся опять к рассмотрению взаимодействия между двумя тонкими проводниками, по которым со скоростями V_1 и V_2 движутся заряды (рис. 1.2).

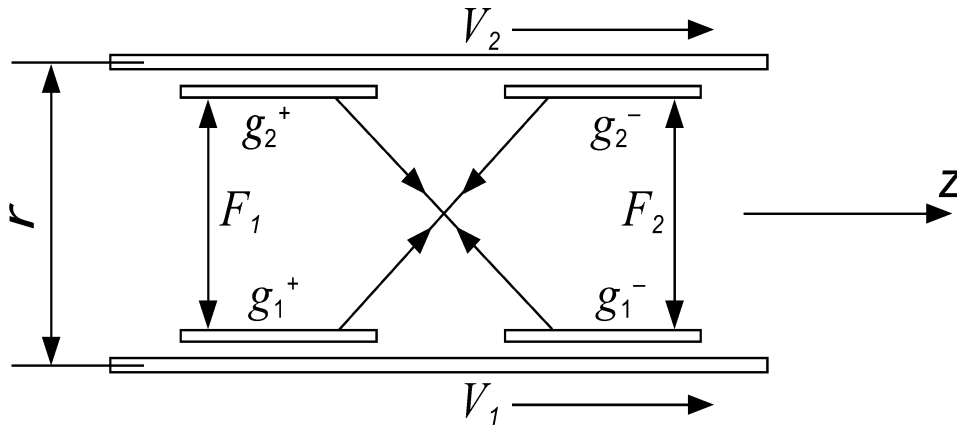


Рис. 1.2. Схема силового взаимодействия токонесущих проводов двухпроводной линии с учетом положительно заряженной решетки.

Под g_1^+ , g_2^+ и g_1^- , g_2^- будем понимать величины неподвижных и движущихся зарядов, приходящихся на единицу длины проводника. Заряды g_1^+ , g_2^+ представляют положительно заряженную решетку в нижнем и верхнем проводниках соответственно.

Будем также считать, что оба проводника до начала движения зарядов являются электрически нейтральными, т.е. количество положительных и отрицательных зарядов в них

одинаково и в обеих системах есть две системы взаимно вложенных разноименных зарядов с удельной плотностью g_1^+ , g_1^- и g_2^+ , g_2^- , которые электрически нейтрализуют друг друга. На рис. 1.2 эти системы для большего удобства рассмотрения сил взаимодействия между ними раздвинуты по оси z . Подсистемы с отрицательным знаком (электроны) могут двигаться со скоростями V_1 и V_2 . Силу взаимодействия между нижним и верхним проводниками будем искать как сумму четырех сил, обозначение которых понятно из рис. 1.2. Стрелками на рисунке обозначено направление этих сил. Силы притяжения F_3 и F_4 будем брать со знаком плюс, а силы отталкивания F_1 и F_2 – со знаком минус.

В соответствии с соотношением (1.29) силы, действующие между отдельными подсистемами зарядов (рис. 130), запишутся

$$\begin{aligned} F_1 &= -\frac{g_1^+ g_2^+}{2\pi \varepsilon r} , \\ F_2 &= -\frac{g_1^- g_2^-}{2\pi \varepsilon r} ch \frac{V_1 - V_2}{c} , \\ F_3 &= +\frac{g_1^- g_2^+}{2\pi \varepsilon r} ch \frac{V_1}{c} , \\ F_4 &= +\frac{g_1^+ g_2^-}{2\pi \varepsilon r} ch \frac{V_2}{c} . \end{aligned} \quad (1.40)$$

Складывая все четыре силы и учитывая то, что произведение разноименных зарядов соответствует силам притяжения, а одноименных – силам отталкивания, получим величину суммарной удельной силы, приходящейся на единицу длины проводника,

$$F_\Sigma = \frac{g_1 g_2}{2\pi \varepsilon r} \left(ch \frac{V_1}{c} + ch \frac{V_2}{c} - ch \frac{V_1 - V_2}{c} - 1 \right) . \quad (1.41)$$

В данном выражении в качестве g_1 и g_2 взяты абсолютные величины зарядов, а знаки сил учтены в выражении в скобках. Считая, что $V \ll c$, возьмем только два первых члена расположения в ряд $ch \frac{V}{c}$, т.е. будем считать, что $ch \frac{V}{c} \cong 1 + \frac{1}{2} \frac{V^2}{c^2}$. Из соотношения (1.41) получаем

$$F_{\Sigma 1} = \frac{g_1 V_1 g_2 V_2}{2\pi \varepsilon c^2 r} = \frac{I_1 I_2}{2\pi \varepsilon c^2 r} , \quad (1.42)$$

где в качестве g_1 и g_2 взяты абсолютные величины удельных зарядов, а V_1 и V_2 берутся со своими знаками.

Мы видим, что выражения (1.34), (1.37) и (1.41) совпадают, хотя и получены все они совершенно разными путями.

Во введении мы уже приводили слова Фейнмана, который отмечал, что для объяснения возникновения э.д.с. в контуре можно пользоваться двумя совершенно разными законами. Этот парадокс мы уже объяснили. В данном же случае одно и то же значение силы взаимодействия между токонесущими системами мы получили уже тремя совершенно разными способами. Причем, последний способ вообще не требует введения такого понятия как маг-

нитное поле. Кроме того, в формировании сил взаимодействия в этом способе самое непосредственное участие принимает решетка, чего нет в первых двух способах.

Однако, на пути внедрения в жизнь третьей предлагаемой модели есть одно существенное препятствие. Оно заключается в следующем. Действительно, если положить $g_2^+ = 0$ и $V_2 = 0$, т.е. рассмотреть случай взаимодействия, например, нижней токонесущей системы с неподвижным зарядом g_2^- , то для силы взаимодействия получим

$$F_{\Sigma 2} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{g_1 g_2 V_1^2}{2\pi \varepsilon c^2 r} . \quad (1.42)$$

Это означает, что при протекании тока через проводник он перестает быть электронейтральным, а вокруг проводника образуется электрическое поле

$$E_{\perp} = \frac{g_1 V_1^2}{4\pi \varepsilon c^2 r} , \quad (1.43)$$

что эквивалентно появлению на проводнике дополнительного удельного статического заряда

$$g = -g_1 \frac{V_1^2}{c^2} . \quad (1.44)$$

Однако, на практике, до появления работы [11], электрические поля, генерируемые протекающими постоянными токами, не наблюдались.

В то время, когда Фарадеем и Максвеллом были сформулированы основные законы электродинамики, экспериментально подтвердить соотношение (3.17) было невозможно, т.к. плотности токов, достижимые в обычных проводниках, слишком малы для экспериментального обнаружения рассматриваемого эффекта. Таким образом, положение о независимости заряда от скорости и последующее введение магнитного поля были сделаны волевым образом.

Плотности токов, которые могут быть достигнуты в сверхпроводниках, позволяют экспериментально обнаружить поправки к заряду $\sim g \frac{V_1^2}{c^2}$. Именно это обстоятельство на первых порах позволило считать результаты работы [11] подтверждением того, что величина заряда зависит от скорости. Как мы уже указывали, автор данной работы тоже экспериментально исследовал данную проблему [12]. Причем, в отличие от работы [11] ток в сверхпроводящую обмотку вводился индуктивным бесконтактным способом. При этом даже при таком способе введения тока на обмотке появлялся заряд [12]. Все исследования, результаты которых приведены в этих работах, проводились на композитных сверхпроводящих проволоках, в частности, на ниобий-титановых проволоках с медным покрытием. Поэтому до настоящего времени пока не ясно каков механизм появления заряда на обмотке. Возможно он связан со сдвигом уровня Ферми в медном покрытии за счет механических деформаций. Чтобы выяснить это, следует провести эксперименты на сверхпроводящих проволоках без металлических покрытий. Мы не будем ставить точку на экспериментальных исследованиях в этой области, т.к. с точки зрения фундаментальной физики их продолжение имеет важное значение. Однако, если мы хотим, чтобы предлагаемая модель обрела право на признание, мы не можем пренебрегать тем экспериментальным фактом, что пока нет надежного экспериментального подтверждения того, что вокруг проводника с током наблюдается статические электрические поля, которые в соответствии с соотношением (1.43) обязаны зависеть величины заряда от скорости. Существует ли физический механизм, который бы в

данной модели взаимодействия токонесущих систем оставлял бы токонесущие системы электронейтральными? Оказывается такой механизм существует. Для его объяснения рассмотрим токонесущую цепь, изображенную на рис. 1.3. В качестве токонесущей цепи взята тонкая сверхпроводящая пленка, толщина которой меньше глубины проникновения поля в сверхпроводник, так что токовое распределение в пленке однородно по толщине. Будем считать, что ширина перемычки, соединяющей широкие части пленки, значительно меньше, чем ширина остальной токонесущей части. Если в такой цепи возбудить незатухающий ток, то плотность тока, а следовательно и скорость носителей тока V_1 в перемычке будет значительно больше, чем скорость V_0 в широких её частях.

Такая ситуация возможна в том случае, если на участке d_1 носители тока ускоряются, а на участке d_2 замедляются. Но ускорение или замедление зарядов может происходить только при наличии электрических полей. Если $V_1 \gg V_0$, то разность потенциалов на участках d_1 и d_2 , обеспечивающая ускорение или замедление, определяется соотношением

$$U = \frac{m V_1^2}{2 e} \quad (1.45)$$

Очевидно, что такая разность потенциалов может быть только следствием градиента плотности зарядов на участках d_1 и d_2 , т.е. с ускорением носителей тока их плотность должна уменьшаться и наоборот. Таким образом, должно соблюдаться соотношение $n_0 > n_1$, где n_0 – плотность носителей тока в широкой части пленки, а n_1 – плотность носителей тока в перемычке. Ясно, что

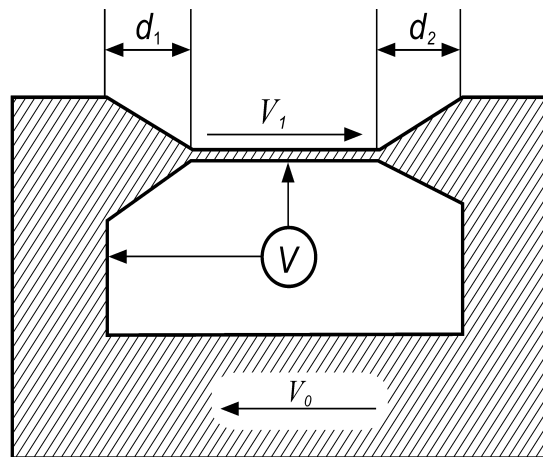


Рис.1.3 Схема токонесущей цепи на основе сверхпроводящей пленки.

для ускорения зарядов, которые имеют массу, требуется энергия. Выясним, откуда такая энергия берется.

При ускорении носителей тока происходит преобразование электростатической энергии, заключенной в электростатическом поле носителей тока в кинетическую энергию. Разность электростатической энергии между двумя одинаковыми объемами с различной плотностью электронов записывается как

$$\Delta W = \Delta n \frac{e^2}{8\pi \epsilon r} \quad (1.46)$$

где $\Delta n = n_0 - n_1$, e – заряд электрона, r – радиус электрона.
А поскольку

$$\frac{e^2}{8\pi \varepsilon r} = m c^2, \quad (1.47)$$

где m – масса электрона, то соотношение (1.46) запишется

$$\Delta W = \Delta n m c^2. \quad (1.48)$$

Эта энергия и расходуется на ускорение носителей тока. Следовательно,

$$\Delta W = \frac{n_0 m V_1^2}{2}, \quad (1.49)$$

откуда

$$\Delta n = n_0 \frac{1}{2} \cdot \frac{V_1^2}{c^2}. \quad (1.50)$$

Плотность электронов в движущемся потоке запишется

$$n_1 = n_0 \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{V_1^2}{c^2} \right). \quad (1.51)$$

Мы видим, что изменение плотности носителей тока невелико, однако именно с ним связано существование продольного электрического поля, ускоряющего и замедляющего заряды на участках d_1 и d_2 . Будем называть эти поля конфигурационными, в связи с тем, что они связаны с наличием у проводников определенной конфигурации. Эти поля должны иметь место и в нормальных проводниках, однако их величина значительно меньше, чем величина полей связанных с омическим сопротивлением.

Из сказанного можно заключить, что если мы подключим вольтметр к рассматриваемой цепи как показано на рис. 1.3, то такой вольтметр должен зафиксировать наличие конфигурационной разности потенциалов в соответствии с соотношением (1.45). По крайней мере, если бы мы имели дело с обычной жидкостью, а вместо вольтметра подключили манометр, то такой манометр в соответствии с уравнением Бернулли зафиксировал бы разность давлений. Конфигурационная разность потенциалов для свинцовых пленок составляет $\sim 10^{-7}$ В. Однако, экспериментально такая разность потенциалов не наблюдается.. Забегая несколько вперед, сразу скажем с чем это связано. Оказывается, что одновременно с увеличением скорости носителей тока и уменьшением их плотности увеличиваются электрические поля нормальные к направлению их движения. Эти два процесса компенсируют друг друга, давая нулевое значение нормальной компоненты электрического поля на всех участках пленки. На языке рассмотренной модели это выглядит следующим образом:

$$F_1 = -\frac{g_1^+ g_2^+}{2\pi \varepsilon r},$$

$$F_2 = -\frac{g_1^- g_2^-}{2\pi \varepsilon r} \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{V_1^2}{c^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{V_2^2}{c^2} \right) ch \frac{V_1 - V_2}{c},$$

$$F_3 = \frac{g_1^- g_2^+}{2\pi \varepsilon r} \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{V_1^2}{c^2} \right) ch \frac{V_1}{c}, \quad (1.52)$$

$$F_4 = \frac{g_1^+ g_2^-}{2\pi \varepsilon r} \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{V_2^2}{c^2} \right) ch \frac{V_1}{c}.$$

В соотношениях (1.52) выражения в скобках учитывают изменение плотности зарядов g_1^- и g_2^- , связанное с их движением.

Разлагая ch в ряд и производя перемножения, а также, учитывая только члены $\sim V^2/c^2$, из (1.52) получаем

$$F_1 \cong -\frac{g_1^+ g_2^+}{2\pi \varepsilon r},$$

$$F_2 \cong -\frac{g_1^- g_2^-}{2\pi \varepsilon r} \left(1 - \frac{V_1 V_2}{c^2} \right),$$

$$F_3 \cong \frac{g_1^- g_2^+}{2\pi \varepsilon r}, \quad (1.53)$$

$$F_4 \cong \frac{g_1^+ g_2^-}{2\pi \varepsilon r}.$$

Складывая все четыре силы, находим суммарную силу взаимодействия

$$F_\Sigma = \frac{g_1^- V_1 g_2^- V_2}{2\pi \varepsilon c^2 r} = \frac{I_1 I_2}{2\pi \varepsilon c^2 r}. \quad (1.54)$$

Мы получили опять соотношение, совпадающее с (1.34) и (1.37), однако, в данном случае токонесущие провода остаются электронейтральными. Действительно, если рассмотреть силовое взаимодействие, например, нижнего провода с неподвижным верхним зарядом g_2 (для этого следует положить $g_2^+ = 0$ и $V_2 = 0$), то окажется, что суммарная сила взаимодействия будет равна нулю, т.е. проводник по которому течет ток, оказывается электронейтральным.

Если же рассмотреть взаимодействие двух параллельно двигающихся электронных потоков (для этого следует положить $g_1^+ = g_2^+ = 0$ и $V_1 = V_2$) из соотношения (1.40) суммарная сила запишется

$$F_\Sigma = -\frac{g_1^- g_2^-}{2\pi \varepsilon r}. \quad (1.55)$$

Видно, что между двумя движущимися с одинаковой скоростью электронными потоками в отсутствие решетки существует только кулоновское отталкивание и никакого притяжения, которое имеется в концепции магнитного поля, между потоками нет.

Таким образом, с физической точки зрения в данной модели силовое взаимодействие токонесущих систем связано не с возникновением какого-то нового поля, а с тем, что электрические поля зарядов нормальные к направлению их движения увеличиваются.

Нетрудно показать, что применение скалярно-векторного потенциала позволяет получить все существующие законы магнетизма, кроме того, предлагаемое рассмотрение позволяет разрешить неразрешимую в рамках концепции магнитного поля проблему о взаимодействии двух параллельно движущихся зарядов.

3. Закон электрической индукции и проблема излучения.

Все то, что происходит в электродинамике, связано с взаимодействием движущихся и неподвижных зарядов. Именно на этот вопрос и дает ответ введение скалярно-векторного потенциала. Этот потенциал получен на основе законов электромагнитной и магнитоэлектрической индукции. Из этих же законов следуют и уравнения Максвелла, которые описывают волновые процессы в материальных средах. Из уравнений Максвелла следует конечность скорости распространения полей, которая равна скорости света.

Покажем, что введение скалярно-векторного потенциала, а также знание факта конечности распространения электрических процессов позволяет решить и проблему электромагнитного излучения на элементарном уровне.

С этой целью введем запаздывающий скалярно-векторный потенциал

$$\phi(r', t) = \frac{g_1 ch \frac{V'_\perp}{c}}{4\pi \varepsilon r'}, \quad (3.1)$$

где $V'_\perp$ – скорость заряда g_1 в момент времени $t' = t - \frac{r'}{c}$, нормальная к вектору $\vec{r}'$, r' – расстояния между зарядом g_1 и точкой 2, где определяется поле, в момент времени t . Используя соотношение $\vec{E} = -grad \phi$ можно найти поле в точке 2. Будем считать, что в момент времени $t - \frac{r'}{c}$ заряд g_1 находится в начале координат и имеет скорость $V'_\perp(t)$ (рис.2.1).

Поле E_y в точке 2 запишется

$$E_y = -\frac{\partial \phi(2, t)}{\partial y} = -\frac{e_0}{4\pi \varepsilon r'} \cdot \frac{\partial}{\partial y} ch \frac{V'_\perp(t)}{c}. \quad (3.2)$$

При дифференцировании будем считать, что r' практически не меняется и равен постоянной величине. Тогда из (2.2) получаем

$$E_y = -\frac{e_0}{4\pi \varepsilon c r'} \cdot \frac{\partial V'_\perp(t)}{\partial y} sh \frac{V'_\perp(t)}{c} = -\frac{e_0}{4\pi \varepsilon c r'} \cdot \frac{1}{V'_\perp(t)} \cdot \frac{\partial V'_\perp(t)}{\partial t} sh \frac{V'_\perp(t)}{c}. \quad (3.3)$$

Если взять только первый член разложения $sh \frac{V'_\perp(t)}{c}$, то из (3.3) получим

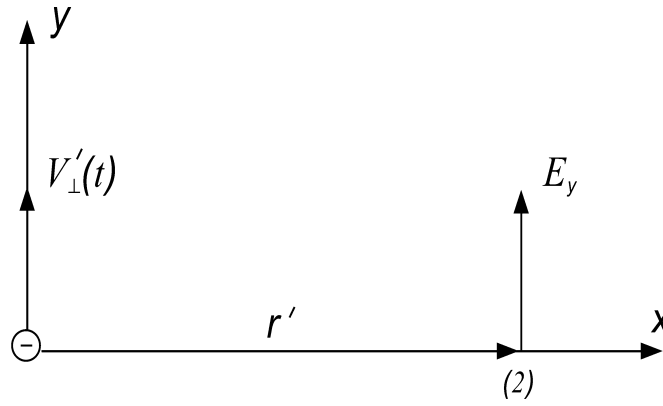


Рис. 2.1. Схема формирования запаздывающего скалярно-векторного потенциала.

$$E_y(x, t) = -\frac{e}{4\pi\epsilon_0 c^2 x} \frac{\partial v_y \left(t - \frac{x}{c} \right)}{\partial t} = -\frac{e a_y \left(t - \frac{x}{c} \right)}{4\pi\epsilon_0 c^2 x} . \quad (3.4)$$

где $a_y \left(t - \frac{x}{c} \right)$ - запаздывающее ускорение заряда. Это соотношение является волновым уравнением и определяет как амплитудные, так и фазовые характеристики волны электрического поля, излучаемого движущимся зарядом.

Если в качестве направления излучения взять вектор, составляющий с осью y угол α , то соотношение (2.4) запишется:

$$E_y(x, t, \alpha) = -\frac{e a_y \left(t - \frac{x}{c} \right) \sin \alpha}{4\pi\epsilon_0 c^2 x} . \quad (3.5)$$

Соотношение (3.5) определяет диаграмму направленности излучения. Поскольку имеется осевая симметрия относительно оси y , то можно вычислить полную диаграмму направленности рассмотренного излучателя. Эта диаграмма соответствует диаграмме направленности дипольного излучения.

Поскольку

$$A_H \left(t - \frac{x}{c} \right) = \frac{e v_z \left(t - \frac{x}{c} \right)}{4\pi x}$$

есть запаздывающий векторный потенциал, то соотношение (3.5) можно переписать

$$E_y(x, t, \alpha) = -\frac{e a_y \left(t - \frac{x}{c} \right) \sin \alpha}{4\pi\epsilon_0 c^2 x} = -\frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial A_H \left(t - \frac{x}{c} \right)}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial A_H \left(t - \frac{x}{c} \right)}{\partial t} \quad (3.6)$$

Опять получено полное совпадение с уравнениями запаздывающего векторного потенциала, но векторный потенциал введён здесь не феноменологическим способом, а с использованием

понятия запаздывающего скалярно-векторного потенциала. Отметим одно важное обстоятельство. В уравнениях Максвелла электрические поля являются вихревыми. В данном же случае электрические поля носят градиентный характер.

Продemonстрируем ещё одну возможность, которую даёт соотношение (3.5). Известно, что в электродинамике существует такое понятие, как электрический диполь и дипольное излучение. Два заряда с противоположными знаками имеют дипольный момент

$$\vec{p} = e\vec{d}.$$

Поэтому ток может быть выражен через производную дипольного момента по времени

$$e\vec{v} = e \frac{\partial \vec{d}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{p}}{\partial t}.$$

Следовательно

$$\vec{v} = \frac{1}{e} \frac{\partial \vec{p}}{\partial t},$$

и

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \frac{1}{e} \frac{\partial^2 \vec{p}}{\partial t^2}.$$

Подставляя данное соотношение в уравнение (3.4), получаем закон дипольного излучения

$$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi r \epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 p(t - \frac{r}{c})}{\partial t^2}. \quad (3.7)$$

В процессе колебания электрического диполя создаются электрические поля двух видов. Во-первых, это электрические индукционные поля излучения, представляемые уравнениями (3.4), (3.5) и (3.6), определяемые ускорением заряда. Кроме этого, вокруг колеблющегося диполя образуются электрические поля статического диполя, которые изменяются во времени в связи с тем, что расстояние между зарядами зависит от времени. Именно энергия этих полей свободно колеблющегося диполя и расходуется на излучение. Суммарное же значение поля вокруг такого диполя в любой момент времени определяют как суперпозицию полей статического диполя и полей излучения.

Законы (3.4), (3.5), (3.6) являются законами прямого действия, в которых уже нет ни магнитных полей, ни векторных потенциалов. Т.е. те строительные конструкции, которыми были магнитное поле и магнитный векторный потенциал, уже сняты и они нам больше не нужны.

Используя уравнение (3.5) можно получить законы отражения и рассеивания как для одиночных зарядов, так и, для любого их количества. Суперпозиция электрических полей всех зарядов в дальней зоне и является электрической волной.

Если на заряд действует электрическое поле $E'_y = E'_{y0} \sin \omega t$, то ускорение заряда определяют уравнением

$$a = -\frac{e}{m} E'_{y0} \sin \omega t.$$

С учётом этого соотношение (3.6) принимает вид

$$E_y(x, t, \alpha) = \frac{e^2 \sin \alpha}{4\pi\epsilon_0 c^2 m x} E'_{y0} \sin \omega(t - \frac{x}{c}) = \frac{K}{x} E'_{y0} \sin \omega(t - \frac{x}{c}), \quad (3.8)$$

В этом уравнении коэффициент $K = \frac{e^2 \sin \alpha}{4\pi\epsilon_0 c^2 m}$ может быть назван коэффициентом переизлучения одиночного заряда в заданном направлении.

Волне электрического поля сопутствует волна тока смещения:

$$j_y(x, t) = \epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{e \sin \alpha}{4\pi c^2 x} \frac{\partial^2 v_y \left(t - \frac{x}{c} \right)}{\partial t^2}.$$

Если заряд осуществляет своё движение под воздействием электрического поля $E' = E'_0 \sin \omega t$, то ток смещения в дальней зоне запишется как

$$j_y(x, t) = -\frac{e^2 \omega}{4\pi c^2 m x} E'_{y0} \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right). \quad (3.9)$$

Суммарная волна, которая представляет распространение электрических полей (3.8) и токов смещения (3.9), может быть названа электротоковой. В этой волне ток смещения отстаёт от

волны электрического поля на угол $\frac{\pi}{2}$.

Можно ввести магнитные волны, если использовать уравнение

$$\vec{j} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \text{rot} \vec{H}, \quad (3.10)$$

$$\text{div} \vec{H} = 0$$

Магнитное поле, введённое таким образом, является вихревым. Сравнивая (3.9) и (3.10) находим:

$$\frac{\partial H_z(x, t)}{\partial x} = \frac{e^2 \omega \sin \alpha}{4\pi c^2 m x} E'_{y0} \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right).$$

Интегрируя это соотношение по координате, находим значение магнитного поля

$$H_z(x, t) = \frac{e^2 \sin \alpha}{4\pi c m x} E'_{y0} \sin \omega \left(t - \frac{x}{c} \right). \quad (3.11)$$

Соотношения (3.8), (3.9) и (3.11) могут быть названы законами электрической индукции. Они дают связь между электрическими полями, прикладываемыми к заряду, и полями и токами индуцируемыми этим зарядом в его окрестности. Здесь заряд выступает в роли трансформатора, обеспечивающего такое переизлучение. Магнитное поле, которое можно вычислить

при помощи соотношения (2.11), направлено нормально и к электрическому полю и к направлению распространения, а их отношение в каждой точке пространства равно

$$\frac{E_y(x,t)}{H_z(x,t)} = \frac{1}{\varepsilon_0 c} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = Z,$$

В этом уравнении Z есть волновое сопротивление свободного пространства.

Волновое сопротивление определяет активную мощность потерь на единичной площадке, расположенной нормально к направлению распространения волны:

$$P = \frac{1}{2} Z E_{y0}^2.$$

Поэтому электротоковая волна, пересекая такую площадку, переносит через неё мощность, определяемую данным соотношением. Это находится в согласии с теоремой Пойнтинга о потоке мощности электромагнитной волны. Поэтому, для нахождения всех параметров, характеризующих волновой процесс, достаточно рассмотрения лишь электротоковой волны и знания волнового сопротивления пространства. При этом совсем не обязательно вводить такое понятие, как «магнитное поле» и его векторный потенциал, хотя ничего незаконного в этом нет. Полученные поля удовлетворяют теореме Гельмгольца. Эта теорема гласит, что всякое однозначное и непрерывное векторное поле $\vec{F}$, обращающееся в ноль в бесконечности, может быть представлено единственным образом как сумма градиента некоторой скалярной функции φ и ротора некоторой векторной функции $\vec{C}$, дивергенция которой равна нулю:

$$\vec{F} = \text{grad} \varphi + \text{rot} \vec{C},$$

$$\text{div} \vec{C} = 0.$$

Поэтому должно существовать чёткое разделение полей на градиентные и вихревые. Видно, что в выражениях, полученных для индуцируемых полей, такое разделение имеется. Электрические поля носят градиентный характер, а магнитные – вихревой.

Таким образом, построение электродинамики нужно было начинать с признания зависимости скалярного потенциала от скорости. Но природа очень глубоко прячет свои секреты, и, чтобы прийти к такому простому выводу, пришлось пройти путь длиной почти в два столетия. Металлические опилки, которые так дружно выстраивались вокруг полюсов магнита, прямым образом указывали на наличие каких-то силовых полей потенциального характера, но на это не обратили внимания. Поэтому и оказалось, что все разглядели только верхушку айсберга, значительная часть которого оставалась невидимой почти двести лет.

С учётом всего сказанного следует полагать, что в основе подавляющего большинства статических и динамических явлений в электродинамике лежит одна единственная формула (3.1), предполагающая зависимость скалярного потенциала заряда от скорости. Из этой формулы следует и статическое взаимодействие зарядов, и законы силового взаимодействия в случае их взаимного движения, и законы излучения и рассеивания. Такой подход позволил

объяснить с позиций классической электродинамики такие явления как фазовая абберация и поперечный эффект Доплера, которые в рамках классической электродинамики объяснения не находили.

Укажем, что одно из основных уравнений индукции (3.4) можно было получить непосредственно из закона Ампера, ещё задолго до того, как появились Максвелла уравнения. Закон Ампера, выраженный в векторной форме, определяет магнитное поле

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

где I - ток в элементе $d\vec{l}$, $\vec{r}$ - вектор, направленный из отрезка $d\vec{l}$ в точку x, y, z .

Можно показать, что

$$\frac{[d\vec{l}\vec{r}]}{r^3} = \text{grad}\left(\frac{1}{r}\right) \times d\vec{l} = \text{rot}\left(\frac{d\vec{l}}{r}\right) - \frac{1}{r} \text{rot } d\vec{l}.$$

Но ротор $d\vec{l}$ равен нулю поэтому

$$\vec{H} = \text{rot} \int I \left(\frac{d\vec{l}}{4\pi r} \right) = \text{rot } \vec{A}_H.$$

В этом уравнении

$$\vec{A}_H = \int I \left(\frac{d\vec{l}}{4\pi r} \right). \quad (3.12)$$

Замечательным свойством векторного потенциала является то, что он зависит от расстояния до точки наблюдения как $\frac{1}{r}$. Именно это свойство и позволяет получить законы излучения.

Поскольку $I = gv$, где g количество зарядов, приходящееся на единицу длины проводника, из (3.12) получаем:

$$\vec{A}_H = \int \frac{gv d\vec{l}}{4\pi r}.$$

Для одиночного заряда e это уравнение принимает следующий вид:

$$\vec{A}_H = \frac{e\vec{v}}{4\pi r},$$

Учитывая

$$\vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{A}}{\partial t},$$

получаем

$$\vec{E} = -\mu \int \frac{g \frac{\partial v}{\partial t} d\vec{l}}{4\pi r} = -\mu \int \frac{ga d\vec{l}}{4\pi r}, \quad (3.13)$$

где a есть ускорение заряда.

Для одиночного заряда это уравнение имеет следующий вид:

$$\vec{E} = -\frac{\mu e \vec{a}}{4\pi r}. \quad (3.14)$$

В уравнениях (3.13) и (3.14) нужно учесть, что потенциалы распространяются с конечной скоростью запаздывают на время $\frac{r}{c}$. С учётом того, что для вакуума $\mu = \frac{1}{\epsilon_0 c^2}$, эти уравнения примут вид:

$$\vec{E} = -\mu \int \frac{ga(t - \frac{r}{c}) d\vec{l}}{4\pi r} = -\int \frac{ga(t - \frac{r}{c}) d\vec{l}}{4\pi \epsilon_0 c^2 r}, \quad (3.15)$$

$$\vec{E} = -\frac{e \vec{a}(t - \frac{r}{c})}{4\pi \epsilon_0 c^2 r}. \quad (3.16)$$

Уравнения (2.15) и (2.16) представляют волновые уравнения и являются решениями уравнений Максвелла, но в данном случае они получены непосредственно из закона Ампера. Остаётся только задать вопрос, почему электродинамика в своё время не пошла этим путём?

2. Существует ли дисперсия диэлектрической и магнитной проницаемости материальных сред?

Во введении мы уже отметили, что общепринятой точкой зрения является наличие дисперсии у диэлектрической и магнитной проницаемости материальных сред. Однако, эта точка зрения неверна.

Прежде, чем перейти к объяснению данного утверждения, для лучшего физического понимания существа вопроса приведем простой пример по описанию электрических цепей с сосредоточенными параметрами. Как мы увидим, данный пример будет в дальнейшем иметь непосредственное отношение к затронутому вопросу и поможет легко понять физическую картину электродинамических процессов в материальных средах.

Для параллельного резонансного контура, состоящего из емкости C и индуктивности L , связь между напряжением U , приложенным к контуру, и суммарным током I_Σ , протекающим через такую цепь, запишется

$$I_\Sigma = I_C + I_L = C \frac{dU}{dt} + \frac{1}{L} \int U dt, \quad (2.1)$$

где $I_C = C \frac{dU}{dt}$ – ток, текущий через емкость,

$I_L = \frac{1}{L} \int U dt$ – ток, текущий через индуктивность.

Для случая гармонического напряжения $U = U_0 \sin \omega t$ получаем

$$I_{\Sigma} = \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right) U_0 \cos \omega t . \quad (2.2)$$

Величина, стоящая в скобках, представляет суммарную реактивную проводимость σ_x рассмотренной цепи и состоит в свою очередь из емкостной σ_c и индуктивной σ_L проводимостей:

$$\sigma_x = \sigma_c + \sigma_L = \omega C - \frac{1}{\omega L} . \quad (2.3)$$

Соотношение (2.2) можно переписать следующим образом:

$$I_{\Sigma} = \omega C \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right) U_0 \cos \omega t , \quad (2.4)$$

где $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ – резонансная частота параллельного контура.

С математической (подчеркиваем, с математической, но не с физической) точки зрения мы можем считать, что рассматриваемая цепь вообще не имеет индуктивности, а состоит только из частотнозависимой емкости

$$C^*(\omega) = C \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right) . \quad (2.5)$$

Верна и другая точка зрения.

Соотношение (2.2) можно переписать и по-другому:

$$I_{\Sigma} = - \frac{\left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1 \right)}{\omega L} U_0 \cos \omega t , \quad (2.6)$$

и считать, что рассматриваемая цепь вообще не имеет емкости, а состоит только из частотнозависимой индуктивности

$$L^*(\omega) = \frac{L}{\left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1 \right)} . \quad (2.7)$$

Используя обозначения (2.5) и (2.7) запишем

$$I_{\Sigma} = \omega C^*(\omega) U_0 \cos \omega t , \quad (2.8)$$

или

$$I_{\Sigma} = - \frac{1}{\omega L^*(\omega)} U_0 \cos \omega t . \quad (2.9)$$

Соотношения (2.8) и (2.9) совершенно эквивалентны, и по отдельности математически полностью характеризуют рассмотренную цепь. Но с физической точки зрения ни $C^*(\omega)$ ни

$L^*(\omega)$ емкостью и индуктивностью не являются, хотя и имеют ту же размерность. Физический смысл их названий заключается в следующем:

$$C^*(\omega) = \frac{\sigma_X}{\omega}, \quad (2.10)$$

т.е. $C^*(\omega)$ представляет суммарную реактивную проводимость данной цепи, деленную на частоту,

$$L^*(\omega) = \frac{1}{\omega \sigma_X}, \quad (2.11)$$

и $L^*(\omega)$ представляет обратную величину произведения суммарной реактивной проводимости на частоту.

Величина $C^*(\omega)$ математически сконструирована таким образом, что в нее одновременно входит и C и L . То же относится и к $L^*(\omega)$.

Мы не будем рассматривать другие примеры, например, последовательный контур или более сложные цепи. Заметим лишь, что, пользуясь рассмотренным методом любую цепь, состоящую из реактивных элементов C и L , можно представить как частотнозависимую индуктивность или емкость. Однако, это будет лишь способ математического описания реально существующих цепей с постоянными величинами реактивных элементов.

Хорошо известно, что энергия, запасаемая в емкости и индуктивности, определяется из соотношений

$$W_C = \frac{1}{2} C U^2, \quad (2.12)$$

$$W_L = \frac{1}{2} L I^2. \quad (2.13)$$

Но как быть, если в нашем распоряжении имеются $C^*(\omega)$ и $L^*(\omega)$? Конечно, вставлять эти соотношения в формулы (2.12) и (2.13) нельзя уже хотя бы потому, что они могут быть как положительными, так и отрицательными. Нетрудно показать, что суммарная энергия, накопленная в рассмотренной цепи, определяется выражениями:

$$W_\Sigma = \frac{1}{2} \cdot \frac{d \sigma_X}{d \omega} U^2, \quad (2.14)$$

или

$$W_\Sigma = \frac{1}{2} \cdot \frac{d [\omega C^*(\omega)]}{d \omega} U^2, \quad (2.15)$$

или

$$W_\Sigma = \frac{1}{2} \cdot \frac{d \left(\frac{1}{\omega L^*(\omega)} \right)}{d \omega} U^2. \quad (2.16)$$

Если мы распишем уравнения (2.14) и (2.15) или (2.16), то получим одинаковый результат, а именно:

$$W_{\Sigma} = \frac{1}{2} C U^2 + \frac{1}{2} L I^2, \quad (2.17)$$

где U – есть величина напряжения на емкости, а I – ток, текущий через индуктивность. Теперь перейдем к изложению вопроса о физическом смысле величин $\epsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$ для материальных сред.

2.1 Случай плазменных сред

Сверхпроводник является идеальной плазменной средой, в которой носители заряда – электроны могут двигаться без трения. В этом случае уравнение движения имеет вид:

$$m \frac{d \vec{V}}{d t} = e \vec{E}, \quad (2.18)$$

где m и e – масса и заряд электрона,

$\vec{E}$ – напряженность электрического поля,

$\vec{V}$ – скорость движения заряда.

Учитывая, что плотность тока

$$\vec{j} = n e \vec{V}, \quad (2.19)$$

из (2.18) получаем

$$\vec{j}_L = \frac{n e^2}{m} \int \vec{E} d t. \quad (2.20)$$

В соотношении (2.19) и (2.20) величина n определяет удельную плотность зарядов. Введя обозначение

$$L_k = \frac{m}{n e^2}, \quad (2.21)$$

запишем

$$\vec{j}_L = \frac{1}{L_k} \int \vec{E} d t. \quad (2.22)$$

В данном случае величина L_k представляет удельную кинетическую индуктивность среды [13,14]. Ее существование связано с тем, что заряд, имея массу, обладает инерционными свойствами.

Для случая гармонических полей $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin \omega t$, и соотношение (2.22) запишется

$$\vec{j}_L = -\frac{1}{\omega L_k} E_0 \cos \omega t. \quad (2.23)$$

Соотношения (2.22) и (2.23) показывают, что ток $\vec{j}_L$ представляет из себя индуктивный ток.

Уравнения Максвелла для этого случая имеют вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{j}_C + \vec{j}_L = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{L_k} \int \vec{E} dt, \end{aligned} \quad (2.24)$$

где ε_0 и μ_0 – диэлектрическая и магнитная проницаемость вакуума, а величины $\vec{j}_C$ и $\vec{j}_L$ представляют соответственно ток смещения и проводимости. Как мы уже показали, ток проводимости носит индуктивный характер.

Из (2.24) получаем

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{H} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} + \frac{\mu_0}{L_k} \vec{H} = 0. \quad (2.25)$$

Для случая полей, не зависящих от времени, уравнение (2.25) переходит в уравнение Лондонов:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{H} + \frac{\mu_0}{L_k} \vec{H} = 0, \quad (2.26)$$

где $\lambda_L^2 = \frac{L_k}{\mu_0}$ – лондоновская глубина проникновения.

Из соотношения (2.24) легко видеть, что ни диэлектрическая, ни магнитная проницаемости рассмотренной плазмы от частоты не зависят, а равны диэлектрической и магнитной проницаемости вакуума. Кроме того, такую плазму характеризует еще один фундаментальный материальный параметр – удельная кинетическая индуктивность.

Соотношения (2.24) верны как для постоянных, так и для переменных полей. Для случая гармонических полей $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin \omega t$ из (2.24) получаем

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \left(\varepsilon_0 \omega - \frac{1}{L_k \omega} \right) \vec{E}_0 \cos \omega t. \quad (2.27)$$

Обозначив величину стоящую в скобках как удельную реактивную проводимость плазмы σ_X , запишем

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \sigma_X \vec{E}_0 \cos \omega t, \quad (2.28)$$

где

$$\sigma_X = \varepsilon_0 \omega - \frac{1}{\omega L_k} = \varepsilon_0 \omega \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) = \omega \varepsilon^*(\omega), \quad (2.29)$$

а $\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)$, где $\omega_p^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 L_k}$ – плазменная частота.

Теперь соотношение (2.28) можно переписать как

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \omega \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \vec{E}_0 \cos \omega t, \quad (2.30)$$

или

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \omega \varepsilon^*(\omega) \vec{E}_0 \cos \omega t. \quad (2.31)$$

Величину $\varepsilon^*(\omega)$ принято называть зависящей от частоты диэлектрической проницаемостью плазмы. В действительности же эта величина включает в себя одновременно диэлектрическую проницаемость вакуума и удельную кинетическую индуктивность плазмы и определяется соотношением

$$\varepsilon^*(\omega) = \frac{\sigma_X}{\omega}. \quad (2.32)$$

Очевидно, что σ_X может быть записана и по другому:

$$\sigma_X = \varepsilon_0 \omega - \frac{1}{\omega L_k} = \frac{1}{\omega L_k} \left(\frac{\omega^2}{\omega_p^2} - 1 \right) = \frac{1}{\omega L_k^*}, \quad (2.33)$$

где

$$L_k^*(\omega) = \frac{L_k}{\left(\frac{\omega^2}{\omega_p^2} - 1 \right)} = \frac{1}{\sigma_X \omega}. \quad (2.34)$$

Записанная таким образом $L_k^*(\omega)$ также включает в себя и ε_0 и L_k .

Соотношения (2.29) и (2.33) эквивалентны и мы с одинаковым успехом можем утверждать, что плазма характеризуется не частотнозависимой диэлектрической проницаемостью $\varepsilon^*(\omega)$, а частотнозависимой кинетической индуктивностью $L_k^*(\omega)$.

С использованием параметров $\varepsilon^*(\omega)$ и $L_k^*(\omega)$ уравнение (2.27) можно записать

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \omega \varepsilon^*(\omega) \vec{E}_0 \cos \omega t, \quad (2.35)$$

или

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{\omega L_k^*(\omega)} \vec{E}_0 \cos \omega t. \quad (2.36)$$

Записи (2.35) и (2.36) также эквивалентны.

Таким образом, параметр $\varepsilon^*(\omega)$ не является диэлектрической проницаемостью, хотя и имеет ее размерность. То же относится и к $L_k^*(\omega)$.

Легко видеть, что

$$\varepsilon^*(\omega) = \frac{\sigma_X}{\omega}, \quad (2.37)$$

$$L_k^*(\omega) = \frac{1}{\sigma_X \omega}. \quad (2.38)$$

Эти соотношения и определяют физический смысл параметров $\varepsilon^*(\omega)$ и $L_k^*(\omega)$.

Конечно, пользоваться $\varepsilon^*(\omega)$ и $L_k^*(\omega)$ для нахождения энергии по формулам

$$W_E = \frac{1}{2} \varepsilon E_0^2 \quad (2.39)$$

и

$$W_j = \frac{1}{2} L_k j_0^2 \quad (2.40)$$

нельзя. Поэтому и была получена формула типа соотношения (2.15), а именно [7]:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{d[\omega \varepsilon^*(\omega)]}{d \omega} E_0^2. \quad (2.41)$$

Из соотношения (2.41) получим

$$W_\Sigma = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\omega^2 L_k} E_0^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2 + \frac{1}{2} L_k j_0^2. \quad (2.42)$$

Тот же результат получаем, воспользовавшись формулой

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{d \left[\frac{1}{\omega L_k^*(\omega)} \right]}{d \omega} E_0^2. \quad (2.43)$$

Как и в случае параллельного контура, аналогично $C^*(\omega)$ и $L^*(\omega)$ величины $\varepsilon^*(\omega)$ и $L_k^*(\omega)$ по отдельности полностью характеризуют электродинамические свойства плазмы. Случай

$$\begin{aligned} \varepsilon^*(\omega) &= 0 \\ L_k^*(\omega) &= \infty \end{aligned} \quad (2.44)$$

соответствует резонансу плотностей токов, а именно тока смещения и тока проводимости.

Ниже мы покажем, что при определенных условиях такой резонанс может быть поперечным по отношению к направлению распространения электромагнитных волн.

Известно, что ленгмюровский резонанс является продольным. О существовании в немагнитной плазме каких-либо других резонансов, кроме ленгмюровского, ранее известно не было. Однако, оказывается, что в немагнитной плазме может существовать и поперечный резонанс, и частота такого резонанса совпадает с частотой ленгмюровского резонанса. Для выяснения условий возбуждения такого резонанса рассмотрим длинную линию, состоящую из двух идеально проводящих плоскостей, как показано на рис.2.1. Сначала рассмотрим случай, когда такая линия расположена в вакууме.

Если к разомкнутой линии подключить источник постоянного напряжения U , то энергия, запасенная в электрическом поле линии, запишется

$$W_{E\Sigma} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 a b z = \frac{1}{2} C_{E\Sigma} U^2, \quad (2.45)$$

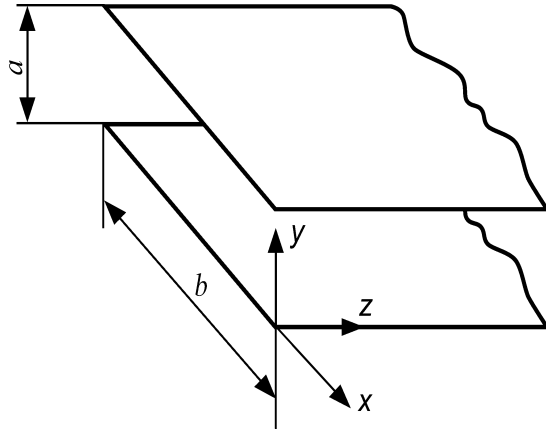
где $E = \frac{U}{a}$ – напряженность электрического поля в линии, а

$$C_{E\Sigma} = \varepsilon_0 \frac{b z}{a} \quad (2.46)$$

представляет суммарную емкость линии. Величина $C_E = \epsilon_0 \frac{b}{a}$ соответствует погонной емкости линии, величина же ϵ_0 является удельной емкостью среды, в данном случае вакуума. Размерность ϵ_0 в системе СИ – Ф/м.

Удельная потенциальная энергия электрического поля записывается как

$$W_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2. \quad (2.47)$$



2.1. Двухпроводная линия, состоящая из идеально проводящих плоскостей.

Если рассмотренную линию закоротить на расстоянии z от ее начала и подключить к ней источник постоянного тока I , то энергия, запасенная в магнитном поле линии, запишется

$$W_{H\Sigma} = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 a b z = \frac{1}{2} L_{H\Sigma} I^2. \quad (2.48)$$

Поскольку $H = \frac{I}{b}$, сразу запишем

$$L_{H\Sigma} = \mu_0 \frac{a z}{b}, \quad (2.49)$$

где $L_{H\Sigma}$ суммарная индуктивность линии.

Величина $L_H = \mu_0 \frac{a}{b}$ является погонной индуктивностью линии, а μ_0 соответствует удельной индуктивности среды, в данном случае вакуума. Размерность μ_0 в системе СИ – Гн/м.

Удельная энергия магнитного поля в данном случае запишется

$$W_H = \frac{1}{2} \mu_0 H^2. \quad (2.50)$$

В дальнейшем для большей наглядности полученных результатов наряду с математическим их представлением будем пользоваться методом эквивалентных схем. Видно, что с ростом z , $C_{E\Sigma}$ и $L_{H\Sigma}$ увеличиваются, поэтому отрезок линии длиной dz может быть представлен в виде эквивалентной схемы, показанной на рис.2.2а.

Если в разомкнутую линию поместить плазму, носители заряда в которой могут двигаться без трения, и пропустить через линию ток I , то заряды, двигаясь с определенной скоростью, будут запасать кинетическую энергию. Поскольку плотность тока определяется соотношением

$$j = \frac{I}{b z} = n e V, \quad (2.51)$$

то суммарная кинетическая энергия всех движущихся зарядов запишется

$$W_{k\Sigma} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{n e^2} a b z j^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{n e^2} \frac{a}{b z} I^2. \quad (2.52)$$

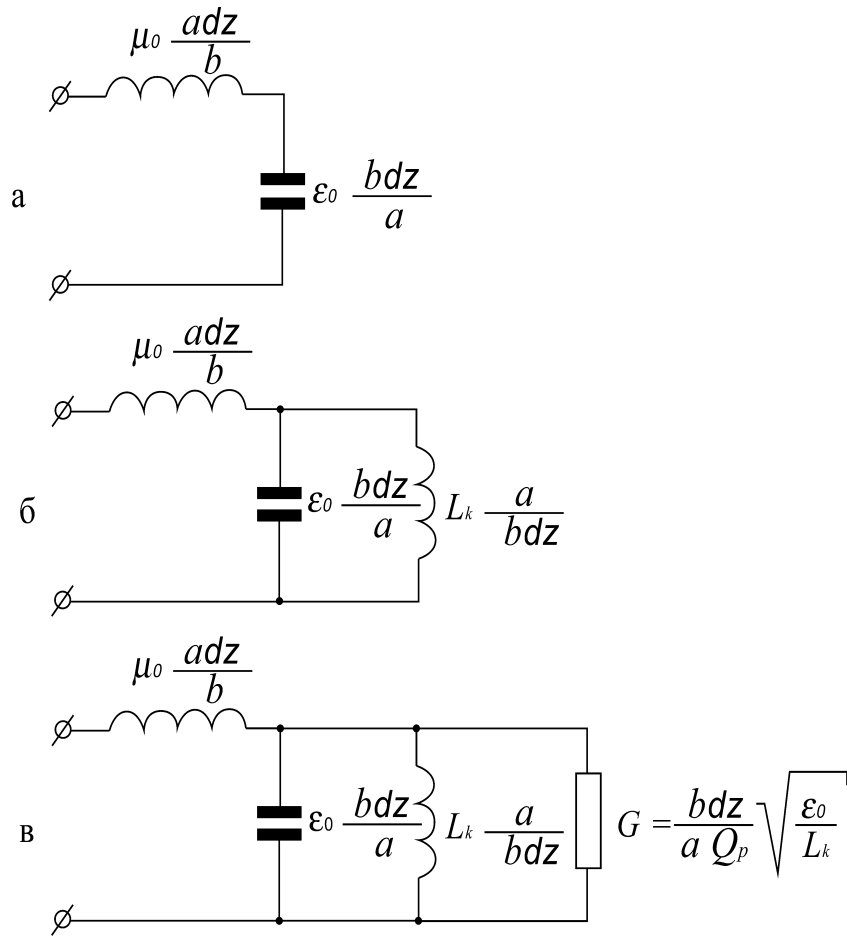


Рис. 2.2. а – эквивалентная схема отрезка двухпроводной линии; б – эквивалентная схема отрезка двухпроводной линии, заполненной бесдиссипативной плазмой; в – эквивалентная схема отрезка двухпроводной линии, заполненной диссипативной плазмой.

Но с другой стороны

$$W_{k\Sigma} = \frac{1}{2} L_{k\Sigma} I^2, \quad (2.53)$$

где $L_{k\Sigma}$ – полная кинетическая индуктивность линии. Следовательно,

$$L_{k\Sigma} = \frac{m}{n e^2} \cdot \frac{a}{b z} . \quad (2.54)$$

Таким образом, величина

$$L_k = \frac{m}{n e^2} \quad (2.55)$$

играет роль удельной кинетической индуктивности данной среды.

Мы уже ранее ввели эту величину другим способом (см. соотношение (2.21)).

Соотношение (2.55) получено для случая постоянного тока, когда токовое распределение является однородным.

Из соотношения (2.54) видно, что в отличие от $C_{E\Sigma}$ и $L_{H\Sigma}$ величина $L_{k\Sigma}$ с ростом z уменьшается. С физической точки зрения это понятно, связано это с тем, что с ростом z количество параллельно включенных индуктивных элементов растет. Эквивалентная схема линии, заполненной бесдиссипативной плазмой, показана на рис. 2.2б. Сама линия при этом будет эквивалентна параллельному контуру с сосредоточенными параметрами:

$$C = \frac{\epsilon_0 b z}{a} \text{ и } L = \frac{L_k a}{b z} . \quad (2.56)$$

Но если вычислить резонансную частоту такого контура, то окажется, что эта частота вообще ни от каких размеров не зависит, действительно:

$$\omega_\rho^2 = \frac{1}{C L} = \frac{1}{\epsilon_0 L_k} = \frac{n e^2}{\epsilon_0 m} . \quad (2.57)$$

Мы получили очень интересный результат, который говорит о том, что резонансная частота рассмотренного макроскопического резонатора не зависит от его размеров. Может создаться впечатление, что мы имеем дело с ленгмюровским резонансом, т.к. полученное значение резонансной частоты в точности соответствует значению частоты ленгмюровского резонанса. Но мы знаем, что такой резонанс характеризует продольные волны, в то время как в длинной линии мы имеем дело с распространением поперечной волны. Для данного случая величина фазовой скорости в направлении z равна бесконечности и волновой вектор $\vec{k}_z = 0$. Данный результат соответствует решению системы уравнений (2.24) для линии с заданной конфигурацией (рис.2.1). Из соотношений (2.25) следует хорошо известный результат. Волновое число определяется соотношением

$$k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_\rho^2}{\omega^2} \right) , \quad (2.58)$$

а групповая и фазовая скорости соотношениями

$$V_g^2 = c^2 \left(1 - \frac{\omega_\rho^2}{\omega^2} \right) , \quad (2.59)$$

$$V_F^2 = \frac{c^2}{\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)}, \quad (2.60)$$

где $c = \left(\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}\right)^{1/2}$ – скорость света в вакууме.

Для такой плазмы фазовая скорость электромагнитной волны равна бесконечности. Следовательно, в каждый момент времени распределение полей и токов в такой линии однородно и не зависит от координаты z . Следовательно, ток в плоскостях линии в направлении z отсутствует. Это, с одной стороны, означает, что индуктивность $L_{H\Sigma}$ не будет оказывать влияния на электродинамические процессы в такой линии, а с другой – то, что в данном случае вместо проводящих плоскостей могут быть использованы любые плоскости, ограничивающие плазму сверху и снизу.

Из соотношений (2.58), (2.59) и (2.60) нетрудно видеть, что в точке $\omega = \omega_p$ мы имеем дело с поперечным резонансом с бесконечной добротностью. То, что в отличие от ленгмюровского, данный резонанс является поперечным, будет хорошо видно для случая, когда добротность такого резонанса не будет равна бесконечности. В этом случае $k_z \neq 0$, и в линии будет распространяться поперечная волна, направление распространения которой будет перпендикулярно направлению движения зарядов. Конечно, рассмотрение данной задачи мы начали с рассмотрения плазмы, ограниченной с двух сторон плоскостями длинной линии. Но в процессе такого рассмотрения мы пришли к выводу, что наличие такого резонанса вообще от размеров линии не зависит. Значит, резонанс будет наблюдаться и в безграничной среде. Таким образом, в безграничной плазме кроме ленгмюровского резонанса, характеризующего продольные волны, может существовать и поперечный резонанс. Поскольку частоты этих резонансов совпадают, то они являются вырожденными. Отметим, что факт существования такого резонанса ранее осознан не был. Перед тем, как перейти к более подробному рассмотрению данного вопроса, остановимся на энергетических процессах, имеющих место в плазме в случае отсутствия потерь.

Характеристическое сопротивление плазмы, дающее отношение поперечных компонент электрического и магнитного полей, определяется соотношением

$$Z = \frac{E_y}{H_x} = \frac{\mu_0 \omega}{k_z} = Z_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)^{-1/2}, \quad (2.61)$$

где $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ – характеристическое сопротивление вакуума.

Полученное значение Z характерно для поперечных электрических волн в волноводах. Видно, что когда $\omega \rightarrow \omega_p$, $Z \rightarrow \infty$, а $H_x \rightarrow 0$. В том случае, когда $\omega > \omega_p$ в плазме существует и электрическая и магнитная составляющая поля. Удельная энергия этих полей запишется

$$W_{E,H} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_{0y}^2 + \frac{1}{2} \mu_0 H_{0x}^2. \quad (2.62)$$

Таким образом, энергия, заключенная в магнитном поле в $\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$ раз меньше, чем энергия, заключенная в электрическом поле. Отметим, что такое рассмотрение, которое является традиционным в электродинамике, является не полным, т.к. при этом не учтен еще один вид энергии, а именно кинетическая энергия носителей заряда. Оказывается, что кроме волны электрического и магнитного полей, несущей электрическую и магнитную энергию в плазме распространяется еще и третья - кинетическая волна, несущая кинетическую энергию носителей тока. Удельная энергия этой волны записывается

$$W_k = \frac{1}{2} L_k j_0^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\omega^2 L_k} E_0^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} E_0^2. \quad (2.63)$$

Таким образом, полная удельная энергия записывается так:

$$W_{E,H,j} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_{0y}^2 + \frac{1}{2} \mu_0 H_{0x}^2 + \frac{1}{2} L_k j_0^2. \quad (2.64)$$

Следовательно, для нахождения полной удельной энергии, запасенной в единице объема плазмы, учет только полей E и H недостаточен.

$$\begin{aligned} \text{В точке } \omega &= \omega_p \\ W_H &= 0 \\ W_E &= W_k, \end{aligned} \quad (2.65)$$

т.е. магнитное поле в плазме отсутствует и плазма представляет из себя макроскопический электромеханический резонатор, резонирующий на частоте ω_p .

Поскольку при частотах $\omega > \omega_p$ волна, распространяющаяся в плазме, несет на себе три вида энергии: магнитную, электрическую и кинетическую, то такую волну можно назвать магнитноэлектрокинетической. Кинетическая волна представляет из себя волну

плотности тока $\vec{j} = \frac{1}{L_k} \int \vec{E} dt$. Эта волна сдвинута по отношению к электрической на $\pi/2$.

До сих пор мы рассматривали физически нереализуемый случай, когда потери в плазме отсутствуют, что соответствует бесконечной добротности плазменного резонатора. Если потери имеются, причем совершенно неважно какими физическими процессами такие потери обусловлены, то добротность плазменного резонатора будет конечной величиной. Для такого случая уравнения Максвелла будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \\ \text{rot } \vec{H} &= \sigma_{p.ef} \vec{E} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{L_k} \int \vec{E} dt. \end{aligned} \quad (2.66)$$

Наличие потерь учитывается членом $\sigma_{p.ef} \vec{E}$, причем, употребляя возле активной проводимости индекса ef , мы тем самым подчеркиваем, что нас не интересует сам механизм потерь, а интересует только сам факт их существования. Но в этом случае, если мы даже не делаем попытки рассмотреть физический механизм появления потерь, мы должны по крайней мере уметь измерять $\sigma_{p.ef}$.

Для такого измерения мы должны выбрать отрезок линии длиной z_0 , величина которого значительно меньше длины волны в диссипативной плазме. Такой отрезок будет эквивалентен контуру со следующими сосредоточенными параметрами:

$$C = \varepsilon_0 \frac{b z_0}{a}, \quad (2.67)$$

$$L = L_k \frac{a}{b z_0}, \quad (2.68)$$

$$G = \sigma_{\rho,ef} \frac{b z_0}{a}, \quad (2.69)$$

где G – проводимость, подключенная параллельно C и L .

Проводимость G и добротность в таком контуре связаны соотношением

$$G = \frac{1}{Q_\rho} \sqrt{\frac{C}{L}}, \quad (2.70)$$

откуда, учитывая (2.67) – (2.69), получаем

$$\sigma_{\rho,ef} = \frac{1}{Q_\rho} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{L_k}}. \quad (2.71)$$

Таким образом, измеряя собственную добротность плазменного резонатора, мы можем определить $\sigma_{\rho,ef}$.

Используя (2.71) и (2.66) получим

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \\ \text{rot } \vec{H} &= \frac{1}{Q_\rho} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{L_k}} \vec{E} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{L_k} \int \vec{E} dt. \end{aligned} \quad (2.72)$$

Эквивалентная схема данной линии, заполненной диссипативной плазмой, представлена на рис. 2.2в.

Рассмотрим решение системы уравнений (2.72) в точке $\omega = \omega_p$, при этом, поскольку

$$\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{L_k} \int \vec{E} dt = 0, \quad (2.73)$$

получаем

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \\ \text{rot } \vec{H} &= \frac{1}{Q_\rho} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{L_k}} \vec{E}. \end{aligned} \quad (2.74)$$

Решение этой системы уравнений хорошо известно. Если имеется граница раздела между вакуумом и средой, описываемой уравнениями (2.74), то поверхностный импеданс такой среды записывается

$$Z = \frac{E_{tg}}{H_{tg}} = \sqrt{\frac{\omega_p \mu_0}{2\sigma_{p.ef}}} (1+i), \quad (2.75)$$

$$\text{где } \sigma_{p.ef} = \frac{1}{Q_p} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{L_k}}.$$

Конечно, в таком подходе имеется некоторая неточность, т.к. поверхностный импеданс зависит от того, какова связь (локальная или нелокальная) между полем и током. Однако, несмотря на такую упрощенность подхода, качественная картина полученных результатов будет верна. Другое дело, что данная задача может быть решена более строго.

Волна, уходящая вглубь рассматриваемой среды, убывает по закону $e^{\frac{z}{\delta_{ef}}} \cdot e^{-i\frac{z}{\delta_{ef}}}$, фазовая скорость при этом определяется соотношением

$$V_F = \omega \sigma_{p.ef}, \quad (2.76)$$

где $\delta_{p.ef}^2 = \frac{2}{\mu_0 \omega_p \sigma_{p.ef}}$ – эффективная глубина проникновения поля в плазму. Полученные

соотношения характеризуют волновой процесс в плазме. Обычно для хороших проводников

$\frac{\sigma_{ef}}{\omega \epsilon_0} \gg 1$ и тогда длина волны в такой среде

$$\lambda_g = 2\pi\delta \quad (2.77)$$

значительно меньше, чем длина волны в свободном пространстве. Нас в дальнейшем будет интересовать случай, когда в точке $\omega = \omega_p$ $\lambda_g \gg \lambda_0$, т.е. $V_F|_{\omega = \omega_p} \gg c$.

2.2 Обсуждение полученных результатов.

Таким образом, мы установили, что величина $\epsilon(\omega)$ не есть диэлектрическая проницаемость, а включает в себя два частотннезависимых параметра ϵ_0 и L_k . С чем же связано существующее непонимание физического смысла параметра $\epsilon(\omega)$? Конечно, в первую очередь, этому способствовало то, что для случая плазмы во втором уравнении Максвелла в явном

виде отсутствовал член вида $\frac{1}{L_k} \int \vec{E} dt$.

Однако, имеется еще одно обстоятельство, благодаря которому в современную физику проникла одна существенная ошибка. Эту ошибку мы разберем на примере работы [7]. В этой работе утверждается, что на очень высоких частотах нет никакой разницы между диэлектриками и проводниками. На этом основании постулируется возможность существования вектора поляризации в проводящих средах, и такой вектор вводится из соотношения

$$\vec{P} = \sum e \vec{r}_m = n e \vec{r}_m, \quad (2.78)$$

где n – плотность носителей зарядов,

$\vec{r}_m$ – текущее смещение зарядов.

Такой подход физически неверен, т.к. поляризоваться и образовывать электрические диполи могут только связанные заряды, когда внешнее поле, преодолевая силы притяжения между связанными зарядами, запасаает в образовавшихся диполях дополнительное количество электростатической энергии. В проводниках заряды не связаны, а следовательно, сколько их не сдвигай, дополнительную электростатическую энергию получить нельзя. Это особенно ясно видно, если методом индукции создавать ток, т.е. смещать заряды, в кольцевом проводнике. В этом случае, где бы заряды не находились, на них не действует никакая возвращающая сила, а следовательно и невозможна электрическая поляризация. В работе же [7] для проводящих сред вектор поляризации, определенный из соотношения (2.78), вводится в электрическую индукцию

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad (2.79)$$

где для металла вектор $\vec{P}$ определяется из соотношения (2.78), что, конечно, неверно. Поскольку для свободных носителей

$$\vec{r}_m = -\frac{e^2}{m \omega^2} \vec{E}, \quad (2.80)$$

то для плазмы

$$\vec{P}^*(\omega) = -\frac{n e^2}{m \omega^2} \vec{E}, \quad (2.81)$$

и далее

$$\vec{D}^*(\omega) = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}^*(\omega) = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \vec{E}. \quad (2.82)$$

Таким образом, для суммарной запасенной энергии имеем

$$W_\Sigma = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{L_k} \frac{1}{\omega^2} E^2. \quad (2.83)$$

Но второй член в правой части соотношения (2.83) представляет не потенциальную, как это имеет место в диэлектриках, а кинетическую энергию. А значит вектор электрической индукции $\vec{D}^*(\omega)$ не соответствует физическому определению вектора электрической индукции.

Физический смысл вектора $\vec{P}^*(\omega)$, введенного таким образом, ясен из выражения

$$\vec{P}^*(\omega) = \frac{\sigma_L}{\omega} \vec{E} = \frac{1}{L_k \omega^2} \vec{E}. \quad (2.84)$$

Интерпретация величины $\epsilon(\omega)$ как частотно-зависимой диэлектрической проницаемости нанесла вред не только в правильном физическом толковании происходящего (заметим, что такой подход особенно недопустим в образовательном плане), но и не дала возможности заметить ряд физических явлений в плазме. К таким явлениям прежде всего относится поперечный плазменный резонанс, а также то, что в общем случае в плазме распространяется магнитно-электрокинетическая волна, несущая три вида энергии. Рассматривая далее практические аспекты, которые могут следовать из полученных результатов, мы можем получить как новые данные, так и уточнение некоторых существующих точек зрения.

2.3 Практические результаты.

Прежде всего, поскольку при помощи плазмы может быть создан макроскопический одночастотный резонатор, то такой резонатор может быть использован для разработки и создания нового класса электрокинетических лазеров на плазме. Такой резонатор может быть также использован как полосовой фильтр.

При достаточно больших значениях Q_p энергия магнитных полей вблизи поперечного резонанса значительно меньше, чем кинетическая энергия носителей тока и энергия электростатических полей. Кроме того, фазовая скорость при определенных условиях может быть значительно больше скорости света. Поэтому, если мы хотим возбудить поперечный плазменный резонанс, мы можем положить

$$\text{rot } \vec{E} \cong 0, \quad (2.85)$$

$$\frac{1}{Q_p} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{L_k}} \vec{E} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{L_k} \int \vec{E} dt = \vec{j}_{CT},$$

где $\vec{j}_{CT}$ – плотность сторонних токов.

Проинтегрировав (2.84) по времени и разделив на ϵ_0 получим

$$\omega_p^2 \vec{E} + \frac{\omega_p}{Q_p} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{\partial \vec{j}_{CT}}{\partial t}. \quad (2.86)$$

Если (2.86) проинтегрировать по поверхности нормальной к вектору $\vec{E}$ и обозначить $\Phi_E = \int \vec{E} d\vec{S}$, получим

$$\omega_p^2 \Phi_E + \frac{\omega_p}{Q_p} \cdot \frac{\partial \Phi_E}{\partial t} + \frac{\partial^2 \Phi_E}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{\partial I_{CT}}{\partial t}, \quad (2.87)$$

где I_{CT} – сторонний ток.

Уравнение (2.87) является уравнением гармонического осциллятора с правой частью, характерное для двухуровневых лазеров [8]. Если источник возбуждения отсутствует, то мы имеем дело с “холодным” лазерным резонатором, в котором колебания затухают по экспоненциальному закону

$$\Phi_E(t) = \Phi_E(0) e^{i\omega_p t} \cdot e^{-\frac{\omega_p}{2Q_p} t}, \quad (2.88)$$

т.е. макроскопический электрический поток $\Phi_E(t)$ осциллирует с частотой ω_p , время релаксации при этом определяется соотношением

$$\tau = \frac{2Q_p}{\omega_p}. \quad (2.89)$$

Если рассмотренный резонатор возбуждается сторонними токами, то такой резонатор пред-

ставляет из себя полосовой фильтр с полосой пропускания $\Delta\omega = \frac{\omega_p}{2Q_p}$.

Другим важным практическим применением поперечного плазменного резонанса является его использование для разогрева плазмы. Если добротность такого плазменного резонатора велика, что может быть достигнуто при невысоких концентрациях плазмы, то в таком резонаторе могут быть получены высокие уровни электрических полей, а значит и высокие энергии носителей зарядов. Полезной особенностью такого резонатора является то, что максимальные скорости зарядов будут иметь место вдали от ее холодных плоскостей. Если использовать такие заряды для осуществления термоядерного синтеза, то сама реакция тоже будет проходить вдали от холодных элементов резонатора.

Рассмотренный плазменный резонатор нетрудно согласовать с линией связи. Действительно, эквивалентное сопротивление резонатора в точке $\omega = \omega_p$ запишется

$$R_{\text{экв}} = \frac{1}{G} = \frac{a Q_p}{b z} \sqrt{\frac{L_k}{\epsilon_0}}. \quad (2.90)$$

Линия связи с размерами a_L и b_L должны подключаться к резонатору через плавный переход или ступенчатым образом. Если при этом $b = b_L$, то условие согласования имеют вид:

$$\frac{a_L}{b_L} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \frac{a Q_p}{b z_0} \sqrt{\frac{L_k}{\epsilon_0}}, \quad (2.91)$$

$$\frac{a Q_p}{a_L z_0} \sqrt{\frac{L_k}{\mu_0}} = 1. \quad (2.92)$$

При этом следует помнить, что выбирать длину резонатора z_0 следует из условия $z_0 \ll \lambda_g \big|_{\omega=\omega_p}$.

При создании на основе плазменного резонатора различных устройств может возникнуть необходимость согласования такого резонатора со свободным пространством. Очевидно, что при этом должно соблюдаться условие

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \frac{a Q_p}{b z_0} \sqrt{\frac{L_k}{\epsilon_0}} \quad (2.93)$$

или

$$\frac{a Q_p}{b z_0} \sqrt{\frac{L_k}{\mu_0}} = 1. \quad (2.94)$$

Отметим, что рассмотренный плазменный резонатор можно возбудить и при помощи постоянного тока, как это делается в монотронном СВЧ генераторе [9]. Известно, что если угол пролета в СВЧ диоде, которым в данном случае является плазменный резонатор, $\sim 5/2\pi$, то возникает отрицательное сопротивление и такой диод склонен к самовозбуждению. Условие равенства угла пролета значению $5/2\pi$ соответствует следующая величина приложенного к резонатору постоянного напряжения:

$$U_0 = \frac{0,32 a^2 \omega_p^2 m c^2}{4\pi^2 e} = \frac{0,32 a^2 n e}{4\pi^2 \epsilon_0^2 \mu_0}, \quad (2.95)$$

где a - расстояние между пластинами линии.

Очень вероятно, что именно этим эффектом можно объяснить и генерацию электромагнитных колебаний в полупроводниковом лазере.

2.4 Диэлектрические среды.

Наличие в диэлектрике связанных зарядов приводит к их поляризации при наложении на диэлектрик электрических полей. На поляризацию затрачивается дополнительная энергия, которая отбирается у источника поля и таким образом в диэлектрике накапливается дополнительная электростатическая энергия.

Для диэлектриков величина смещения поляризуемых зарядов от положения равновесия определяется величиной электрического поля и коэффициентом упругости β , характеризующего упругость сил связи зарядов. Эти величины связаны соотношением

$$-\omega^2 \vec{r}_m + \frac{\beta}{m} \vec{r}_m = \frac{e}{m} \vec{E}, \quad (2.96)$$

где $\vec{r}_m$ – отклонение зарядов от положения равновесия.

Обозначая резонансную частоту связанных зарядов через ω_0 , и учитывая, что $\omega_0 = \beta / m$, из (2.96) получаем

$$\vec{r}_m = -\frac{e^2}{m (\omega^2 - \omega_0^2)} \vec{E}. \quad (2.97)$$

Таким образом, вектор поляризации принимает вид:

$$\vec{P}_m^* = -\frac{n e^2}{m} \cdot \frac{1}{(\omega^2 - \omega_0^2)} \vec{E}. \quad (2.98)$$

Поскольку

$$\vec{P} = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) \vec{E}, \quad (2.99)$$

сразу получаем

$$\varepsilon_{\partial}^*(\omega) = 1 - \frac{n e^2}{\varepsilon_0 m} \cdot \frac{1}{\omega^2 - \omega_0^2}. \quad (2.100)$$

Величину $\varepsilon_{\partial}^*(\omega)$ принято называть относительной диэлектрической проницаемостью диэлектриков, зависящей от частоты. Абсолютная величина диэлектрической проницаемости диэлектрика определяется из соотношения

$$\varepsilon_{\partial}^*(\omega) = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{n e^2}{\varepsilon_0 m} \cdot \frac{1}{\omega^2 - \omega_0^2} \right). \quad (2.101)$$

Опять мы получили зависящую от частоты диэлектрическую проницаемость. Посмотрим, что же на самом деле представляет из себя величина $\varepsilon_{\partial}^*(\omega)$. Как и ранее, обозначим

$L_{k\partial} = \frac{m}{n e^2}$ и $\omega_{p.\partial} = \frac{1}{L_{k\partial} \varepsilon_0}$. Вводя эти обозначения, мы сразу обращаем внимание на то,

что колеблющиеся заряды диэлектрика также имеют массу, а значит обладают инерционными свойствами, поэтому при рассмотрении этих процессов будет проявлять себя и их кинетическая индуктивность. Перепишем соотношение (2.101):

$$\varepsilon_{\partial}^*(\omega) = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_{p\partial}^2}{\omega^2 - \omega_0^2}\right). \quad (2.102)$$

Рассмотрим два предельных случая, а именно: $\omega \gg \omega_0$ и $\omega \ll \omega_0$.

В первом случае, когда $\omega \gg \omega_0$,

$$\varepsilon_{\partial}^*(\omega) = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_{p\partial}^2}{\omega^2}\right), \quad (2.103)$$

и поведение диэлектрика ничем не отличается от поведения плазмы. Этот предельный переход и натолкнул на мысль о том, что между диэлектриками и плазмой на высоких частотах нет никакого различия, что и послужило основанием для введения в проводниках вектора поляризации [7]. В действительности же коренное отличие в поведении диэлектриков и проводников на высоких частотах все равно остается. Просто в диэлектриках на очень высоких частотах, в связи с наличием инерции, амплитуда колебаний зарядов очень мала, поэтому и вектор поляризации мал, в то время как в проводниках он всегда равен нулю.

Для случая $\omega \ll \omega_0$

$$\varepsilon_{\partial}^*(\omega) = \varepsilon_0 \left(1 + \frac{\omega_{p\partial}^2}{\omega_0^2}\right), \quad (2.104)$$

и диэлектрическая проницаемость диэлектрика от частоты не зависит, и она больше, чем

диэлектрическая проницаемость вакуума в $\left(1 + \frac{\omega_{p\partial}^2}{\omega_0^2}\right)$ раз. Данный результат тоже ясен. На

рассматриваемых частотах просто уже не сказываются инерционные свойства зарядов и диэлектрическая проницаемость приближается к ее значению при статических полях.

Эквивалентные схемы для этих двух случаев представлены на рис. 2.3а и 2.3б. Нетрудно показать, что для всего спектра частот эквивалентная схема диэлектрика представляет последовательный колебательный контур, подключенный параллельно емкости, образуемой за счет наличия у вакуума диэлектрической проницаемости ε_0 . Эта эквивалентная схема представлена на рис. 2.3в. Очевидно, что резонансная частота такого последовательного контура определяется соотношением

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L_k \varepsilon_0 \left(\frac{\omega_{p\partial}^2}{\omega_0^2} \right)}, \quad (2.105)$$

и, как в случае плазмы, не зависит от размеров линии, т.е. мы имеем макроскопический резонатор, который резонирует на той же частоте, на которой резонирует отдельно взятая связанная пара зарядов. Этот вывод справедлив только в том случае, когда связь между отдельно взятыми парами связанных зарядов отсутствует.

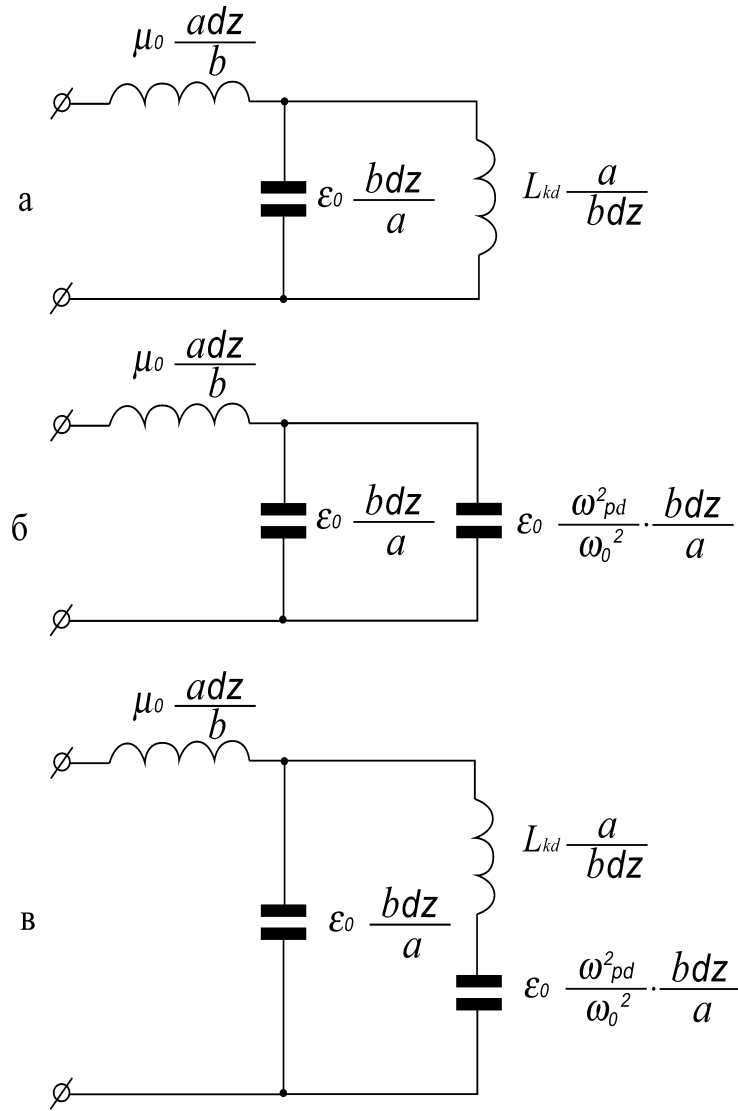


Рис. 2.3. а - эквивалентная схема отрезка двухпроводной линии, заполненной диэлектриком, для случая $\omega \gg \omega_0$; б - эквивалентная схема отрезка двухпроводной линии, заполненной диэлектриком, для случая $\omega \ll \omega_0$; в - эквивалентная схема отрезка двухпроводной линии, заполненной диэлектриком, для всего спектра частот.

Параметр же $\epsilon_{\partial}^*(\omega)$, как и в случае плазмы, представляет удельную реактивную проводимость диэлектрика, деленную на частоту. Однако, в отличие от плазмы он включает в себя уже три независимые от частоты параметра: ϵ_0 , $L_{k\partial}$ и статическую диэлектрическую проницаемость диэлектрика $\epsilon_0 \frac{\omega_{p\partial}^2}{\omega_0^2}$.

Резонанс в диэлектрике наступает тогда, когда $\epsilon_{\partial}^*(\omega) \rightarrow -\infty$.

В диэлектрике также распространяется три волны: магнитная, электрическая и кинетическая, каждая из которых переносит свой вид энергии. Зависимость этих энергий от частоты легко рассчитать, однако с целью сокращения выкладок мы это делать не будем.

2.5 Магнитные среды.

Резонансные процессы в плазме и диэлектриках характеризуются тем, что в процессе колебаний происходит попеременное преобразование электростатической энергии в кинетическую энергию движения зарядов и наоборот. Такой процесс может быть назван электрокинетическим и все устройства: лазеры, мазеры, фильтры и т.д., которые используют этот процесс, могут быть названы электрокинетическими.

Однако, существует и другой тип резонанса – магнитный. Если пользоваться существующими представлениями о зависимости магнитной проницаемости от частоты, то не трудно показать, что такая зависимость связана с наличием магнитного резонанса. Чтобы показать это рассмотрим конкретный пример ферромагнитного резонанса. Если намагнитить феррит, приложив постоянное поле H_0 параллельно оси z , то по отношению к внешнему переменному полю среда будет выступать как анизотропный магнетик с комплексной проницаемостью в виде тензора [10]:

$$\mu = \begin{pmatrix} \mu_T^*(\omega) & -i\alpha & 0 \\ i\alpha & \mu_T^*(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \mu_L \end{pmatrix}, \quad (2.106)$$

где

$$\mu_T^*(\omega) = 1 - \frac{\Omega |\gamma| M_0}{\mu_0(\omega^2 - \Omega^2)}, \quad \alpha = \frac{\omega |\gamma| M_0}{\mu_0(\omega^2 - \Omega^2)}, \quad \mu_L = 1, \quad (2.107)$$

причем

$$\Omega = |\gamma| H_0 \quad (2.108)$$

есть собственная частота прецессии, а

$$M_0 = \mu_0(\mu - 1)H_0 \quad (2.109)$$

есть намагниченность среды.

Учитывая (2.108) и (2.109) для $\mu_T^*(\omega)$, можно записать

$$\mu_T^*(\omega) = 1 - \frac{\Omega^2(\mu - 1)}{\omega^2 - \Omega^2}. \quad (2.110)$$

Если считать, что электромагнитная волна распространяется вдоль оси x и имеются компоненты полей H_y и H_z , то первое уравнение Максвелла будет иметь вид:

$$\text{rot } \vec{E} = \frac{\partial \vec{E}_z}{\partial x} = \mu_0 \mu_T \frac{\partial \vec{H}_y}{\partial t}. \quad (2.111)$$

Учитывая (2.110), получим

$$\text{rot } \vec{E} = \mu_0 \left[1 - \frac{\Omega^2(\mu - 1)}{\omega^2 - \Omega^2} \right] \frac{\partial \vec{H}_y}{\partial t}. \quad (2.112)$$

Для случая $\omega \gg \Omega$ имеем

$$\text{rot } \vec{E} = \mu_0 \left[1 - \frac{\Omega^2(\mu-1)}{\omega^2} \right] \frac{\partial \vec{H}_y}{\partial t} . \quad (2.113)$$

Полагая $\vec{H}_y = \vec{H}_{y0} \sin \omega t$ и учитывая, что в этом случае

$$\frac{\partial \vec{H}_y}{\partial t} = -\omega^2 \int \vec{H}_y dt , \quad (2.114)$$

из (2.113) получим

$$\text{rot } \vec{E} = \mu_0 \frac{\partial \vec{H}_y}{\partial t} + \mu_0 \Omega^2(\mu-1) \int \vec{H}_y dt , \quad (2.115)$$

или

$$\text{rot } \vec{E} = \mu_0 \frac{\partial \vec{H}_y}{\partial t} + \frac{1}{C_k} \int \vec{H}_y dt . \quad (2.116)$$

Для случая $\omega \ll \Omega$

$$\text{rot } \vec{E} = \mu_0 \mu \frac{\partial \vec{H}_y}{\partial t} . \quad (2.117)$$

Величину

$$C_k = \frac{1}{\mu_0 \Omega^2(\mu-1)} \quad (2.118)$$

назовем кинетической емкостью. С чем связано существование этого параметра и каков его физический смысл? Если направление магнитного момента не совпадает с направлением внешнего магнитного поля, то вектор такого момента начинает процессировать вокруг вектора магнитного поля с частотой Ω . Магнитный момент $\vec{m}$ обладает при этом потенциальной энергией $U_m = -\vec{m} \cdot \vec{B}$. Эта энергия подобно энергии заряженного конденсатора является потенциальной потому, что прецессионное движение, хотя и является механическим, однако, оно безинерционно и мгновенно прекращается при снятии магнитного поля. При наличии же магнитного поля прецессионное движение продолжается до тех пор, пока не будет израсходована запасенная потенциальная энергия и вектор магнитного момента не станет параллельным вектору $\vec{H}_0$.

Эквивалентная схема рассмотренного случая приведена на рис.2.4. В точке $\omega = \Omega$ имеет место магнитный резонанс, при этом $\mu_{\tau}^*(\omega) \rightarrow -\infty$. Резонансная частота макроскопического магнитного резонатора, как легко видеть из эквивалентной схемы, также не зависит от размеров линии и равна Ω .

Таким образом, параметр

$$\mu_H^*(\omega) = \mu_0 \left[1 - \frac{\Omega^2(\mu-1)}{\omega^2 - \Omega^2} \right] \quad (2.119)$$

не является частотно зависимой магнитной проницаемостью, а включает в себя μ_0 , μ и C_k , которые включены в соответствии с эквивалентной схемой, изображенной на рис.2.4.

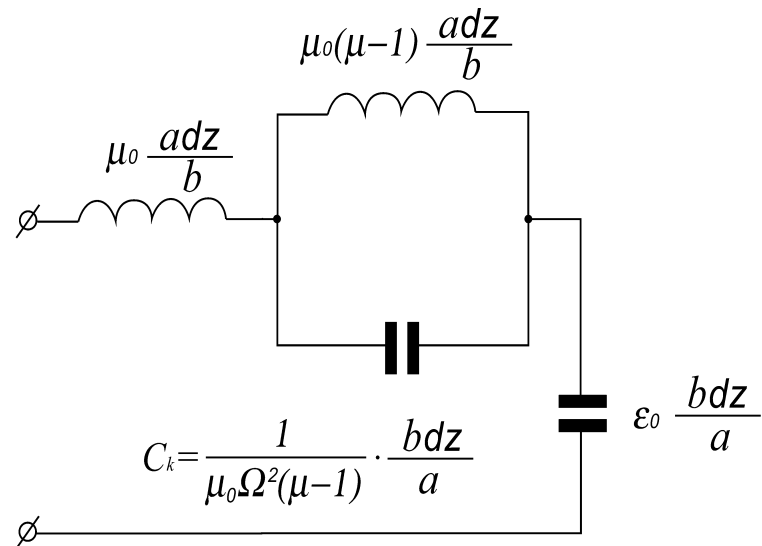


Рис. 2.4. Эквивалентная схема двухпроводной линии заполненной магнетиком.

Нетрудно показать, что в данном случае имеет место распространение трех волн: электрической, магнитной и волны, несущей потенциальную энергию, которая связана с прецессией магнитных моментов вокруг вектора $\vec{H}_0$. По этой причине такие волны могут быть названы электро-магнитнопотенциальными. Все устройства, в которых используются такие волны, также могут быть названы электро-магнитнопотенциальными.

Выводы

Таким образом, мы установили, что наряду с фундаментальными параметрами $\epsilon\epsilon_0$ и $\mu\mu_0$, которые характеризуют определенные виды энергии, запасаемые или переносимые в среде, а именно, электрическую и магнитную энергии, существует еще два фундаментальных материальных параметра L_k и C_k . С этими параметрами также связаны два вида энергии, а именно, кинетическая и потенциальная, которые могут запасаться или переноситься в материальных средах. Если параметр L_k иногда и использовался при описании некоторых физических явлений, например, в сверхпроводниках [11], то о существовании C_k мы раньше не знали. Использование всех четырех фундаментальных параметров $\epsilon\epsilon_0$, $\mu\mu_0$, L_k и C_k дает ясную физическую картину волновых и резонансных процессов, имеющих место в материальных средах при наличии в них электромагнитных полей. Ранее мы всегда говорили, что в материальных средах распространяются электромагнитные волны и только эти волны переносят энергию. Однако, как мы видим теперь, эта терминология неполная. В действительности в материальных средах распространяются магнитно-электрокинетические или электро-магнитнопотенциальные волны. Резонансы в материальных средах тоже носят свою специфику. В отличие от электромагнитных резонансов в замкнутых плоскостях, когда обмен энергией происходит между магнитными и электрическими полями, в материальных средах есть

два вида резонансов. Первый – электрокинетический, когда энергия электрического поля превращается в кинетическую энергию носителей зарядов и наоборот, а магнитных полей вообще практически нет. Второй – магнитно-потенциальный, когда потенциальная энергия, запасенная в прецессионном движении может отдаваться во внешнее пространство на частоте прецессии.

Таким образом, такие понятия как дисперсия диэлектрической и магнитной проницаемостей физически необоснованны, хотя параметры $\epsilon^*(\omega)$ и $\mu^*(\omega)$ и удобны для математического описания процессов, имеющих место в материальных средах. Однако, мы всегда должны помнить, что они из себя представляют. Особенно важно четкое объяснение их физического смысла в образовательном процессе.

Заключение

Удивительно, но оказывается, что в соотношении (3.29) заключена по сути дела вся классическая электродинамика, т.к. все существующие её задачи можно решить путем применения данного соотношения. Что же такое магнитное поле? Это всего лишь удобный математический прием, который, кстати, не всегда дает правильный ответ, как, например, в случае с параллельно движущимися зарядами. Мы можем теперь говорить, что в пространстве распространяется не электромагнитные, а электротоковые волны, в которых вектор электрического поля и тока смещения, находясь в одной плоскости, сдвинуты на $\pi/2$.

С позиций соотношения (3.29) мы можем перестроить всю электродинамику и оптику и они будут гораздо проще, понятнее и нагляднее.

Следует отметить, что основные идеи такого подхода были изложены автором еще в работах [5], [6], [12], [14], [15], однако до сих пор результатами этих работ никто не воспользовался скорее всего потому, что о них просто не знают. Поэтому цель данной работы заключается прежде всего в популяризации изложенных результатов.

Любая теория практически мертва до тех пор, пока на ее основе не могут быть получены сколько-нибудь значимые практические результаты. Одним из важных практических результатов, которые следуют из данной работы, это применение ранее неизвестного поперечного плазменного резонанса.

Список литературы

1. Тамм И.Е. Основы теории электричества.-М.: Наука, 1966.- 624 с.
2. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. В 9-и т. - М.: Мир, 1977.- т.6.- 347 с.
3. Борн М. Эйнштейновская теория относительности. М.: Мир, 1972 г. - 368 с.
4. Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. Колебания и волны в плазменных средах. Изд. Московского университета, 1990.- 272 с.
5. Менде Ф. Ф. К вопросу об уточнении уравнений электромагнитной индукции. - Харьков, депонирована в ВИНТИ, №774-B88 Деп., 1988.-32с.
6. Mende F.F. Experimental corroboration and theoretical interpretation of dependence of charge value on DC flow velocity through superconductors. Proceedings International Conference "Physics in Ukraine", Kiev 22–27 June, 1993, p. 167-170.
7. Менде Ф. Ф. Существуют ли ошибки в современной физике. Харьков, Константа, 2003.- 72 с.
8. Менде Ф. Ф. Непротиворечивая электродинамика. Харьков, НТМТ, 2008, - 153 с.

9. Mende F. F. On refinement of certain laws of classical electrodynamics, arXiv, physics/0402084.
10. . Менде Ф. Ф. Великие заблуждения и ошибки физиков XIX-XX столетий. Революция в современной физике. Харьков, НТМТ, 2010, - 176 с.
11. Edwards W.F., Kenyon C.S., Lemon D.K. Continuing investigation into possible electric field arising from steady conduction currents. Phys.Rev.D., 1976, V.14, №4, p.922-938.
12. Mende F.F. Experimental corroboration and theoretical interpretation of dependence of charge value on DC flow velocity through superconductors. Proceedings International Conference "Physics in Ukraine", Kiev 22–27 June, 1993, p. 167-170.
13. Менде Ф.Ф., Спицын А.И. Поверхностный импеданс сверхпроводников. Киев, Наукова думка, 1985.- 240 с.
14. Менде Ф. Ф. Роль и место кинетической индуктивности зарядов в классической электродинамике. Инженерная физика, № 11.